2018학년도 수능대비 : Enter The Killer 수학 (가형)

제1장 조건해석이 킬러의 열쇠이다

조건을 해석하시오 [2016 5월시행 PNMIE 가형 30번 발췌]

실수 전체의 집합에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,dx = 3$
>
> (나) $x < 3$일 때, $f(x) = a\sin\left(\dfrac{\pi}{2}x\right) + b\cos\left(\dfrac{\pi}{2}x\right) + c$이다.
>
> (다) $x \geq 3$일 때, 다음이 성립한다.
>
> $$\left(\int_k^x f(t)\,dt\right)^2 - \int_k^x f(t)\,dt - 2 \leq 0 \quad (k = 1,\ 2)$$

이 문제의 (가),(나),(다) 조건이 의미하는 바를 해석해보자.

① (가),(나) 조건으로 할 수 있는 것은 무엇인가?

② (다) 조건의 부등식이 결국 뜻하는 것은 무엇인가?

③ (나)의 함수를 (다)조건에 이용할 수 있는가?

④ 연립방정식을 풀어보고, 더 이용할 수 있는 것이 있는지 알아보자.

제1장 조건해석이 킬러의 열쇠이다

☛ **이제, 진짜 문제를 풀어봅시다** [2016 5월시행 PNMIE 가형 30번]

실수 전체의 집합에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,dx = 3$
>
> (나) $x < 3$일 때, $f(x) = a\sin\left(\dfrac{\pi}{2}x\right) + b\cos\left(\dfrac{\pi}{2}x\right) + c$이다.
>
> (다) $x \geq 3$일 때, 다음이 성립한다.
>
> $$\left(\int_k^x f(t)\,dt\right)^2 - \int_k^x f(t)\,dt - 2 \leq 0 \quad (k=1,\ 2)$$

$f(1) + \displaystyle\int_1^4 f(t)\,dt = p\pi + q$일 때, $10p+q$의 값을 구하시오.

(단, p, q는 정수이다.) [4점]

2018학년도 수능대비 : Enter The Killer 수학 (가형)

제1장 조건해석이 킬러의 열쇠이다

★ **다음 문제를 읽고 절차를 따라서 생각해봅시다.** **[문항출제 : 포카칩]**

이차함수 $f(x)=x^2-ax$와 실수 t에 대하여 좌표평면에서 중심이 $(t,\ f(t))$이고 반지름의 길이가 r인 원이 있다. 이 원 위의 점 Q에 대하여 선분 OQ의 길이의 최솟값을 $g(t)$라 하자. $g(t)$가 두 점에서만 미분 가능하지 않는다.

(a, r은 양수, O는 원점)

(1) 절댓값 요소를 찾아보시오.

(2) 찾았다면, 그래프를 어떻게 그려야 할지 생각해보고, 방법을 찾았다면 실행에 옮기시오.

(3) 위의 (2)번의 과정에서 미분불가능한 요소를 찾을수 있습니까? 그래프를 그려보지 않고 수식상에서만 찾을수 있을까요?

2018학년도 수능대비 : Enter The Killer 수학 (가형)

제1장 조건해석이 킬러의 열쇠이다

진짜문제입니다 **[문항출제 : 포카칩]**

이차함수 $f(x)=x^2-ax$와 실수 t에 대하여 좌표평면에서 중심이 $(t,\ f(t))$이고 반지름의 길이가 r인 원이 있다.
이 원 위의 점 Q에 대하여 선분 OQ의 길이의 최솟값을 $g(t)$라 하자. $g(t)$가 두 점에서만 미분가능하지 않을 때, a^2+4r^2의 값을 구하시오. (단, a와 r은 양의 상수이고, O는 원점이다.) [4점]

2018학년도 수능대비 : Enter The Killer 수학 (가형)

조건해석:연습문제

01. 닫힌구간 $[-1, 4]$ 에서 연속이고, 오직 한 점에서만 미분 불가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(3)=0$
>
> (나) 함수 $f(x)$는 구간 $[3, 4]$ 에서 상수함수이고, 3이하의 자연수 k에 대하여, 구간 $[3-k, 4-k]$ 에서 k차 이하의 다항함수의 일부이다.
>
> (다) $\displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-}\frac{f\left(\sum_{k=1}^{4-n}e^{k\cos x}-1\right)-2n}{x-\frac{\pi}{2}}=\frac{(n+2)(n-3)(n-5)}{2}$
>
> $(n=1, 2, 3)$

$\int_0^4 f(x)dx=a$ 라 할 때, $6a$의 값을 구하시오. [4점] **[출제 : 스파르타쿠스]**

조건해석:연습문제

02. 실수 전체의 집합에서 아래의 조건과 같이 정의된 함수 $f(x)$가 있다.

(가) $f(0)=0$, $2f(x+\frac{\sqrt{6}}{2})-2f(x)=\frac{3}{2}\sqrt{6}$

(x는 모든실수)

(나) $0<x\le\frac{\sqrt{6}}{2}$ 일 때,

$\ln f(x)=3\ln x-x^2+\frac{3}{2}$

(다) $f(x)-k=0$ 의 실근의 x좌표 중, 가장 작은 값을 $g(k)$라 한다.

$0<k<5$에서, $g(k)$가 미분 불가능한 점의 k값을 k_1, k_2 라 하자. 이 때, $3\ln 2+\ln f(k_1-\frac{\sqrt{6}}{2})-\ln f(k_2)$의 값은 $\frac{q}{p}-\ln r$이다. $10p-q+6r$의 값을 구하시오. [4점] **[출제 : 박주혁t]**

(단, $0<k_1<k_2$ 이고, p,q는 서로 소인 정수)

03. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(t)$에 대하여 매개변수로 표현된 곡선

$$\begin{cases} x = t^3 - t^2 + t \\ y = (t-1)f(t) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) x축에 수직인 임의의 직선과 y축에 수직인 임의의 직선 모두, 이 곡선과 한 점에서 만난다.
>
> (나) 곡선 위의 점 $(6,\ 7)$에서의 접선은 네 점
>
> $(0,\ 0),\ (3,\ 0),\ (3,\ 3),\ (0,\ 3)$
>
> 을 꼭짓점으로 하는 사각형과 만난다.

$f(4)$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은?

[2017학년도 PNMiE 5월] [4점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

2018학년도 수능대비 : Enter The Killer

제2장 음함수미분은 정말 중요하다.

001. [다음을 음함수 미분의 방법으로 풀수 있어야 한다.]

29. 양의 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(t)$에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \geq 1)$에서의 위치 $(x,\ y)$가

$$\begin{cases} x = 2\ln t \\ y = f(t) \end{cases}$$

이다. 점 P가 점 $(0,\ f(1))$로부터 움직인 거리가 s가 될 때 시각 t는 $t = \dfrac{s+\sqrt{s^2+4}}{2}$이고, $t=2$일 때 점 P의 속도는 $\left(1,\ \dfrac{3}{4}\right)$이다. 시각 $t=2$일 때 점 P의 가속도를 $\left(-\dfrac{1}{2},\ a\right)$라 할 때, $60a$의 값을 구하시오. [4점] [2017학년도 6월 평가원]

2018학년도 수능대비 : Enter The Killer

제2장 음함수미분은 정말 중요하다.

002. [다음을 음함수 미분의 방법으로 풀수 있어야 한다.]

30. 좌표평면에서 곡선 $y=x^2+x$ 위의 두 점 A, B의 x좌표를 각각 $s, t\,(0<s<t)$라 하자. 양수 k에 대하여 두 직선 OA, OB와 곡선 $y=x^2+x$로 둘러싸인 부분의 넓이가 k가 되도록 하는 점 (s, t)가 나타내는 곡선을 C라 하자. 곡선 C 위의 점 중에서 점 $(1, 0)$과의 거리가 최소인 점의 x좌표가 $\frac{2}{3}$일 때, $k=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] [2014학년도 6월 평가원]

2018학년도 수능대비 : Enter The Killer

음함수미분 연습문제

001. [다음을 음함수 미분의 방법으로 풀수 있어야 한다.]

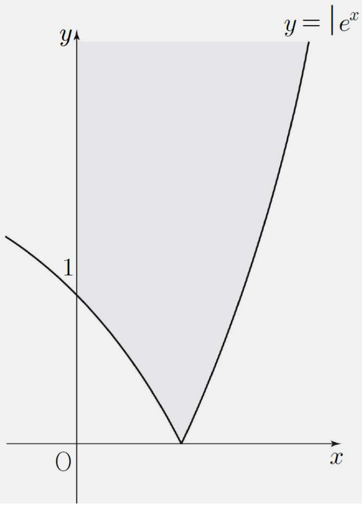
30. 좌표평면에서 x, y에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq |e^x - 2| \end{cases}$$

가 나타내는 영역을 D라 하자. 양의 실수 t에 대하여 영역 D의 서로 다른 네 점을 꼭짓점으로 하는 정사각형 A가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 정사각형 A의 한 변의 길이는 t이다. (나) 정사각형 A의 한 변은 x축과 평행하다.

정사각형 A의 두 대각선의 교점의 y좌표의 최솟값을 $f(t)$라 할 때, $f'(\ln 2)+f'(\ln 5)=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



음함수미분
연습문제

002. [출제 : 리듬농구]

실수 전체의 집합에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=0,\ f(3)=3,\ f(7)=14,\ \displaystyle\int_3^7 f(x)dx=32$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f''(x)>0$이다.

$t>f'(0)$인 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=tx$로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(t)$라 하자. $\displaystyle\int_1^2 tg''(t)\,dt$의 값을 구하시오. [4점]

음함수미분 연습문제

003. [리듬농구 변형문제]

음이 아닌 실수 전체의 집합에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 아래의 조건을 만족한다.

> (가) $f(x) > 0$, $f'(x) < 0$
>
> (나) 양수 t에 대하여, 곡선 $y = f(x)$와 $y = tx$로 둘러싸인 부분의 넓이가 $\frac{1}{4}\{\ln(t+1) - \ln t\}$ 이다.

$\int_{\frac{1}{2\sqrt{10}}}^{\frac{1}{2\sqrt{3}}} f(x)dx = \frac{b}{a} - \frac{1}{c}ln(\frac{5}{6})$ 이라 할 때,

$a+b+c$의 값을 구하시오. (단, a, b는 서로 소인 자연수)