

고지우의 **난문현답**

제 6 일

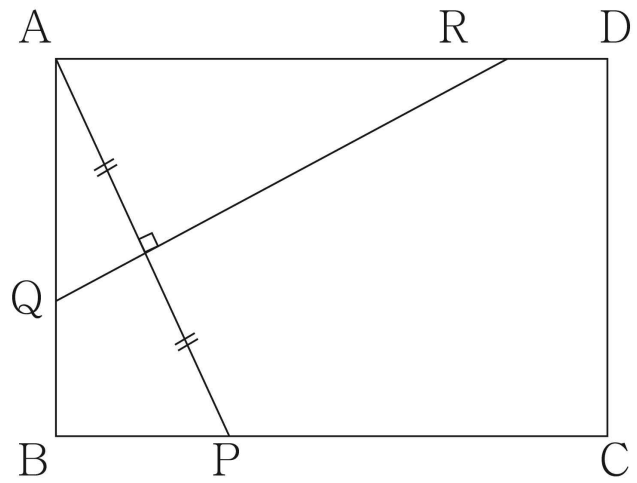
1. 2009년 경찰대
2. 2013년 10월 교육청
3. 2012년 사관학교
4. 2017년 9월 평가원
5. 2013년 9월 평가원
6. 2016년 사관학교
7. 2016년 10월 교육청
8. 2009년 9월 평가원
9. 2006년 3월 교육청
10. 2013년 경찰대

1. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}(3^x - 3^{-x})$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} \{g(x)g(-x)\}^n = -\frac{1}{5}$ 을 만족시키는 x 의 값 전체의 곱은?

- ① $-\frac{1}{5}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{3}$
 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ -1

2. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{AD}=2\sqrt{3}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 선분 BC 위의 점 P에 대하여 선분 AP의 수직이등분선이 두 직선 AB, AD와 만나는 점을 각각 Q, R이라 하자. 선분 QR의 길이의 최솟값이 k 일 때, $4k^2$ 의 값을 구하시오. (단, 점 P는 점 B가 아니다.)



3. 함수 $f(x) = \frac{1}{x} \ln x$ 에 대하여 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. 함수 $f(x)$ 의 최댓값은 $\frac{1}{e}$ 이다.
- ㄴ. $2011^{2012} > 2012^{2011}$
- ㄷ. 열린구간 $(0, e)$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 위로 볼록하다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = |2\sin(x+2|x|)+1|$$

에 대하여 함수 $h(x) = f(g(x))$ 는 실수 전체의 집합에서 이계도 함수 $h''(x)$ 를 갖고, $h''(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다. $f'(3)$ 의 값을 구하시오.

5. 좌표공간에서 네 점 A_0, A_1, A_2, A_3 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|\overrightarrow{A_0A_2}| = |\overrightarrow{A_1A_3}| = 2$
 (나) $\frac{1}{2}\overrightarrow{A_0A_3} \cdot \left(\overrightarrow{A_0A_k} - \frac{1}{2}\overrightarrow{A_0A_3}\right) = \cos\frac{3-k}{3}\pi (k=1, 2, 3)$

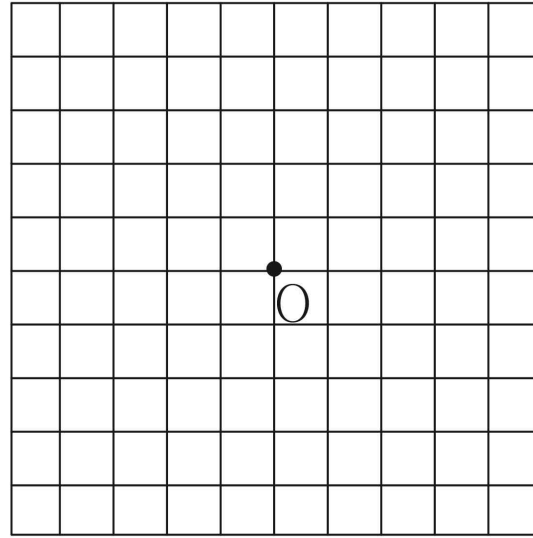
$|\overrightarrow{A_1A_2}|$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M^2 의 값을 구하시오.

6. 좌표공간에서 구 $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ 와 xy 평면이 만나서 생기는 원 위의 한 점을 P 라 하자. 점 P 에서 이 구와 접하고 점 $A(3, 3, -4)$ 를 지나는 평면을 α 라 할 때, 원점과 평면 α 사이의 거리는?

- ① $\frac{14}{3}$ ② 5 ③ $\frac{16}{3}$
 ④ $\frac{17}{3}$ ⑤ 6

7. 좌표공간에서 구 $S : x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 4$ 와 평면 $x-y+z-6=0$ 이 만나서 생기는 원을 C 라 하자. 구 S 위의 점 $A(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 3)$ 과 원 C 위를 움직이는 점 B 에 대하여 두 벡터 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ 의 내적 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 의 최댓값과 최솟값의 곱을 구하시오. (단, O 는 원점이다.)

8. 그림과 같이 이웃한 두 교차로 사이의 거리가 모두 1인 바둑판 모양의 도로망이 있다. 로봇이 한 번 움직일 때마다 길을 따라 거리 1만큼씩 이동한다. 로봇은 길을 따라 어느 방향으로도 움직일 수 있지만, 한 번 통과한 지점을 다시 지나지 않는다. 이 로봇이 지점 O 에서 출발하여 4번 움직일 때, 가능한 모든 경로의 수는? (단, 출발점과 도착점은 일치하지 않는다.)



- ① 88 ② 96 ③ 100
- ④ 104 ⑤ 112

9. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 가 있다. A 의 부분집합 중에서 임의로 서로 다른 두 집합을 택하였을 때, 한 집합이 다른 집합의 부분집합이 될 확률은?

- ① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{8}{15}$ ③ $\frac{11}{20}$
 ④ $\frac{13}{24}$ ⑤ $\frac{15}{28}$

10. 1부터 k 까지 모든 자연수 집합을 A_k 라고 하자. 그리고 $A \cup B = A_{k+2}$ 와 $n(A)=2$ 를 만족시키는 두 집합 A 와 B 의 순서쌍 (A, B) 의 개수를 a_k 라 할 때, $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{a_k}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$