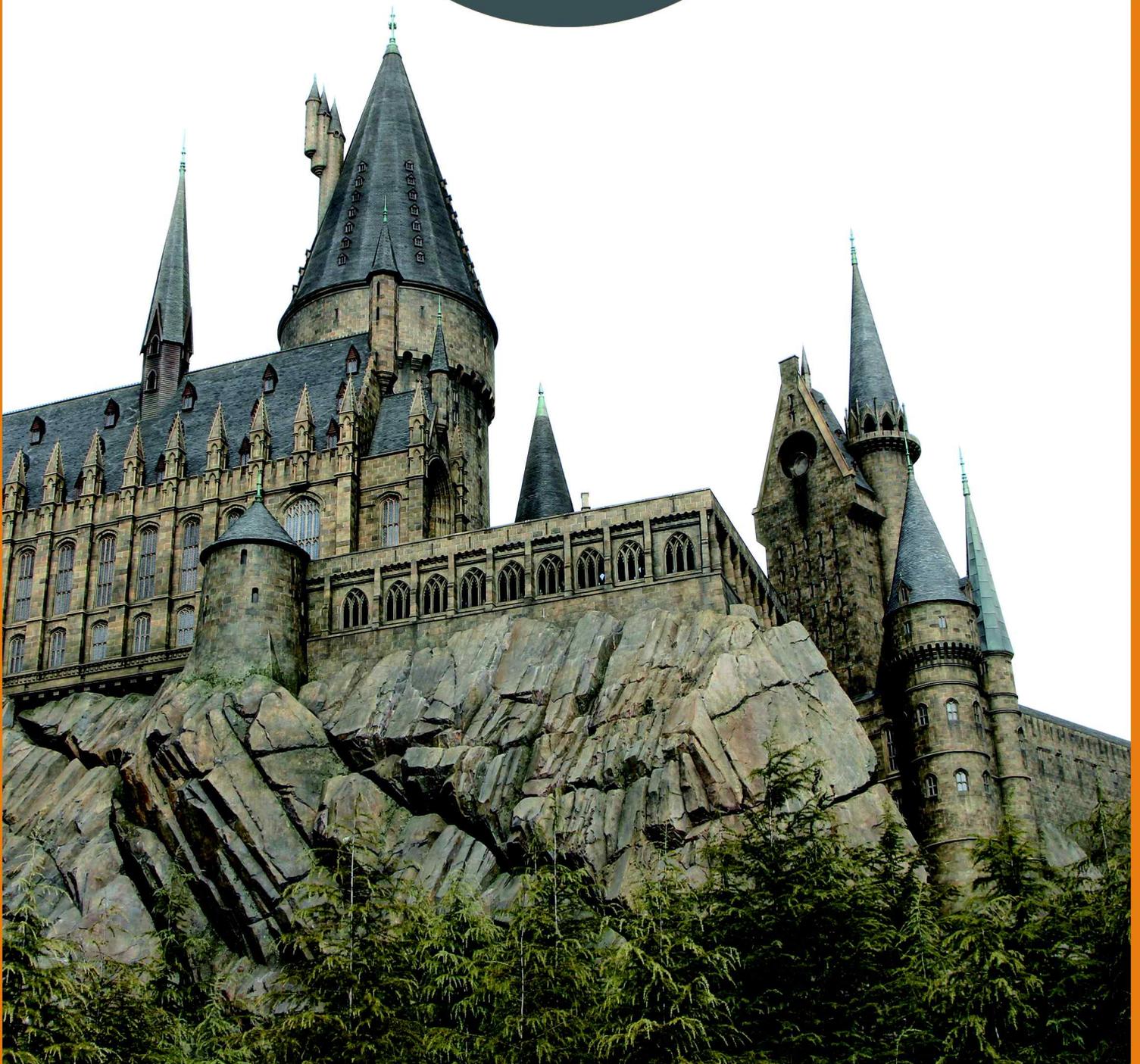


UPset

기하와 벡터





고난한 입시의 길, 당신이 힘들고 지쳐 주저 앉지 않도록
때론 앞에서 끌고 뒤에서 밀며
그 길 같이 걸겠습니다.

고지우 배상

Round 1. 평면곡선	3p
Round 2. 평면벡터	41p
Round 3. 공간도형	70p
Round 4. 공간벡터	95p
정답	120p

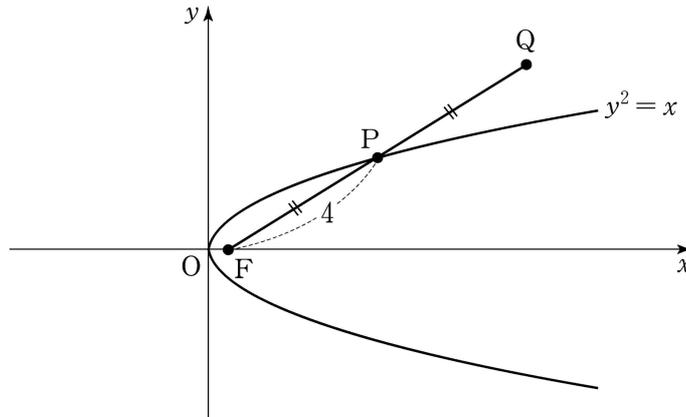
Round 1.
평면곡선

Theme 1. 포물선 정의

001

[2007년 수능]

초점이 F인 포물선 $y^2 = x$ 위에 $\overline{FP} = 4$ 인 점 P가 있다. 그림과 같이 선분 FP의 연장선 위에 $\overline{FP} = \overline{PQ}$ 가 되도록 점 Q를 잡을 때, 점 Q의 x 좌표는? [3점]

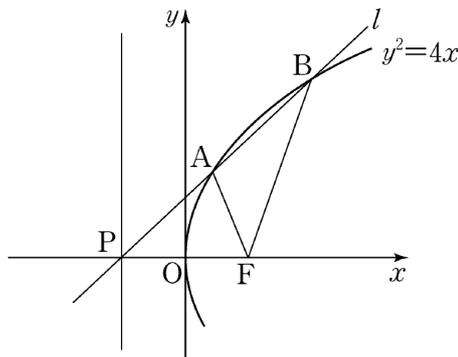


- ① $\frac{29}{4}$
- ② 7
- ③ $\frac{27}{4}$
- ④ $\frac{13}{2}$
- ⑤ $\frac{25}{4}$

002

[2012년 6월]

포물선 $y^2 = 4x$ 의 초점을 F, 준선이 x 축과 만나는 점을 P, 점 P를 지나고 기울기가 양수인 직선 l 이 포물선과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{FA} : \overline{FB} = 1 : 2$ 일 때, 직선 l 의 기울기는? [4점]

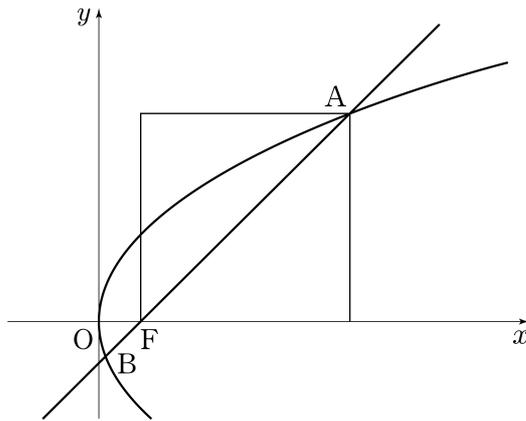


- ① $\frac{2\sqrt{6}}{7}$
- ② $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- ③ $\frac{4}{5}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$



[2012년 9월]

그림과 같이 좌표평면에서 꼭짓점이 원점 O 이고 초점이 F 인 포물선과 점 F 를 지나고 기울기가 1인 직선이 만나는 두 점을 각각 A, B 라 하자. 선분 AF 를 대각선으로 하는 정사각형의 한 변의 길이가 2일 때, 선분 AB 의 길이는 $a+b\sqrt{2}$ 이다. a^2+b^2 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 정수이다.) [4점]



[2016년 9월]

좌표평면에서 초점이 F 인 포물선 $x^2 = 4y$ 위의 점 A 가 $\overline{AF} = 10$ 을 만족시킨다. 점 $B(0, -1)$ 에 대하여 $\overline{AB} = a$ 일 때, a^2 의 값을 구하시오. [3점]

Theme 2. 초점 지나는 직선



[2013년 수능]

자연수 n 에 대하여 포물선 $y^2 = \frac{x}{n}$ 의 초점 F 를 지나는 직선이 포물선과 만나는

두 점을 각각 P, Q 라 하자. $\overline{PF}=1$ 이고 $\overline{FQ}=a_n$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{a_n}$ 의 값은?

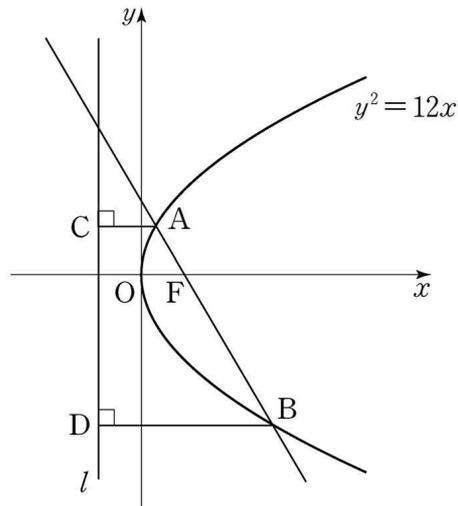
[4점]

- ① 210 ② 205 ③ 200
- ④ 195 ⑤ 190



[2015년 수능]

그림과 같이 포물선 $y^2 = 12x$ 의 초점 F 를 지나는 직선과 포물선이 만나는 두 점 A, B 에서 준선 l 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 하자. $\overline{AC}=4$ 일 때, 선분 BD 의 길이는? [3점]



- ① 12 ② $\frac{25}{2}$ ③ 13
- ④ $\frac{27}{2}$ ⑤ 14

Theme 3. 포물선 접선



[2010년 수능]

포물선 $y^2 = 4x$ 위의 점 $P(a, b)$ 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q 라 하자.
 $\overline{PQ} = 4\sqrt{5}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? [3점]

- ① 21 ② 32 ③ 45
 ④ 60 ⑤ 77



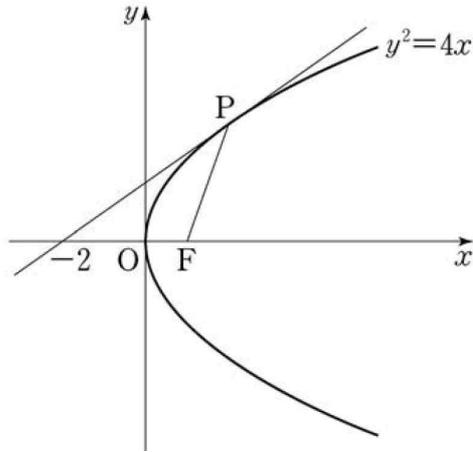
[2012년 수능]

포물선 $y^2 = nx$ 의 초점과 포물선 위의 점 (n, n) 에서의 접선 사이의 거리를 d 라
 하자. $d^2 \geq 40$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오.[4점]



[2015년 9월]

그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2 = 4x$ 위의 한 점 P에서의 접선이 x 축과 만나는 점의 x 좌표가 -2 이다. $\cos(\angle PFO)$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

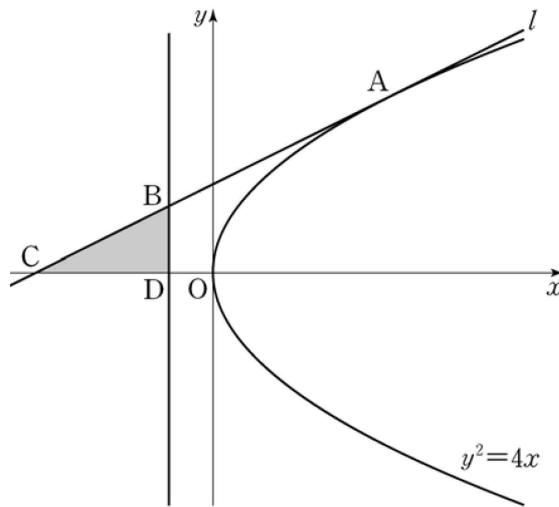


- ① $-\frac{5}{12}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$
- ④ $-\frac{1}{6}$ ⑤ $-\frac{1}{12}$



[2016년 수능]

포물선 $y^2 = 4x$ 위의 점 $A(4, 4)$ 에서의 접선을 l 이라 하자. 직선 l 과 포물선의 준선이 만나는 점을 B, 직선 l 과 x 축이 만나는 점을 C, 포물선의 준선과 x 축이 만나는 점을 D라 하자. 삼각형 BCD의 넓이는? [3점]



- ① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$
- ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{11}{4}$



[2014년 수능]

좌표평면에서 포물선 $y^2 = 8x$ 에 접하는 두 직선 l_1, l_2 의 기울기가 각각 m_1, m_2 이다. m_1, m_2 가 방정식 $2x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 서로 다른 두 근일 때, l_1 과 l_2 의 교점의 x 좌표는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5



[2015년 6월]

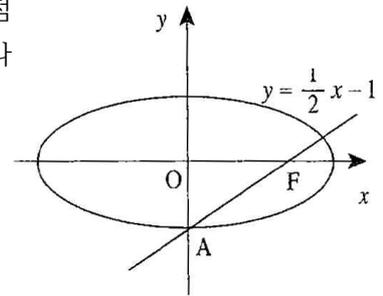
포물선 $y^2 = 20x$ 에 접하고 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인 직선의 y 절편을 구하시오. [3점]

Theme 4. 타원 정의

001

[2003년 수능]

그림과 같이 원점을 중심으로 하는 타원의 한 초점을 F라 하고, 이 타원이 y 축과 만나는 한 점을 A라고 하자. 직선 AF의 방정식이 $y = \frac{1}{2}x - 1$ 일 때,



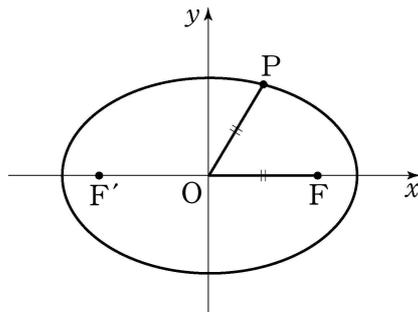
이 타원의 장축의 길이는? [2점]

- ① $4\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{7}$ ③ 5
 ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

002

[2006년 9월]

타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ 의 두 초점을 F, F'이라 하자. 이 타원 위의 점 P가 $\overline{OP} = \overline{OF}$ 를 만족시킬 때, $\overline{PF} \cdot \overline{PF}'$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]





[2011년 9월]

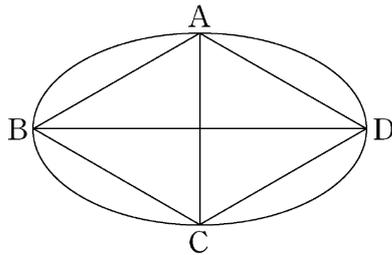
두 초점이 F, F' 이고, 장축의 길이가 10, 단축의 길이가 6인 타원이 있다. 중심이 F 이고 점 F' 을 지나는 원과 이 타원의 두 교점 중 한 점을 P 라 하자. 삼각형 $PF F'$ 의 넓이는? [3점]

- ① $2\sqrt{10}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{6}$
- ④ $3\sqrt{7}$ ⑤ $\sqrt{70}$



[2012년 수능]

한 변의 길이가 10인 마름모 $ABCD$ 에 대하여 대각선 BD 를 장축으로 하고, 대각선 AC 를 단축으로 하는 타원의 두 초점 사이의 거리가 $10\sqrt{2}$ 이다. 마름모 $ABCD$ 의 넓이는? [3점]

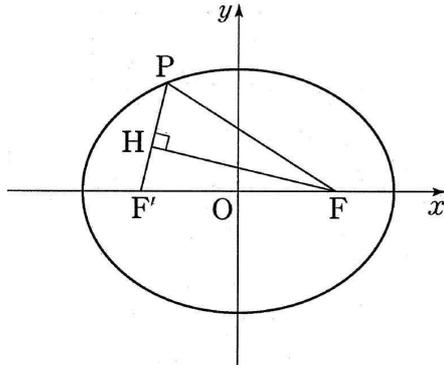


- ① $55\sqrt{3}$ ② $65\sqrt{2}$ ③ $50\sqrt{3}$
- ④ $45\sqrt{3}$ ⑤ $45\sqrt{2}$

005

[2014년 6월]

아래 그림과 같이 두 초점 F, F' 이 x 축 위에 있는 타원 $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{a} = 1$ 위의 점 P 가 $\overline{FP} = 9$ 를 만족시킨다. 점 F 에서 선분 PF' 에 내린 수선의 발 H 에 대하여 $\overline{FH} = 6\sqrt{2}$ 일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

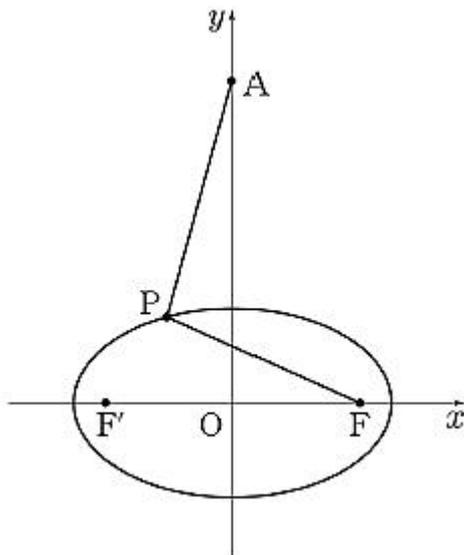


- ① 29 ② 30 ③ 31
 ④ 32 ⑤ 33

006

[2014년 수능]

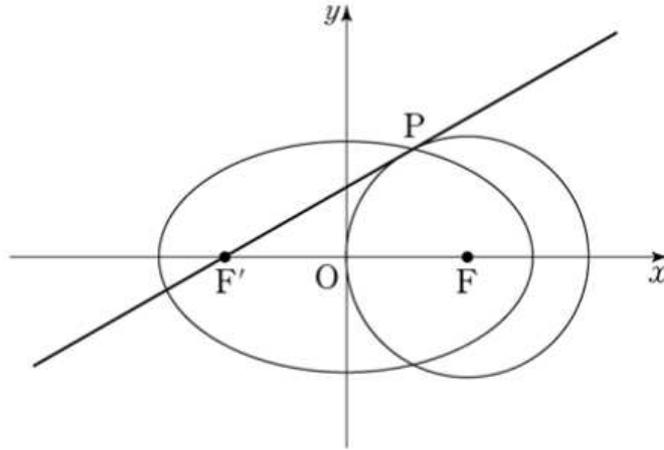
그림과 같이 y 축 위의 점 $A(0, a)$ 와 두 점 F, F' 을 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 위를 움직이는 점 P 가 있다. $\overline{AP} - \overline{FP}$ 의 최솟값이 1일 때, a^2 의 값을 구하시오. [4점]



007

[2015년 6월]

그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하고 장축의 길이가 4인 타원이 있다. 점 F 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 c 인 원이 타원과 점 P 에서 만난다. 점 P 에서 원에 접하는 직선의 점 F' 을 지날 때, c 의 값은? [3점]

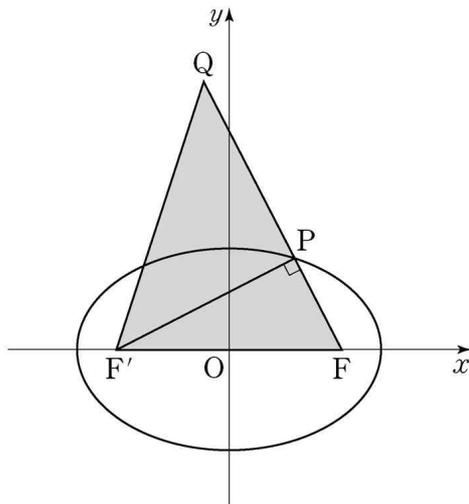


- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{10} - \sqrt{3}$ ③ $\sqrt{6} - 1$
- ④ $2\sqrt{3} - 2$ ⑤ $\sqrt{14} - \sqrt{5}$

008

[2015년 수능]

타원 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 의 두 초점 중 x 좌표가 양수인 점을 F , 음수인 점을 F' 이라 하자. 이 타원 위의 점 P 를 $\angle FPF' = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 제 1사분면에서 잡고, 선분 FP 의 연장선 위에 y 좌표가 양수인 점 Q 를 $\overline{FQ} = 6$ 이 되도록 잡는다. 삼각형 $QF'F$ 의 넓이를 구하시오. [4점]





[2016년 6월]

타원 $4x^2 + 9y^2 - 18y - 27 = 0$ 의 한 초점의 좌표가 (p, q) 일 때, $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



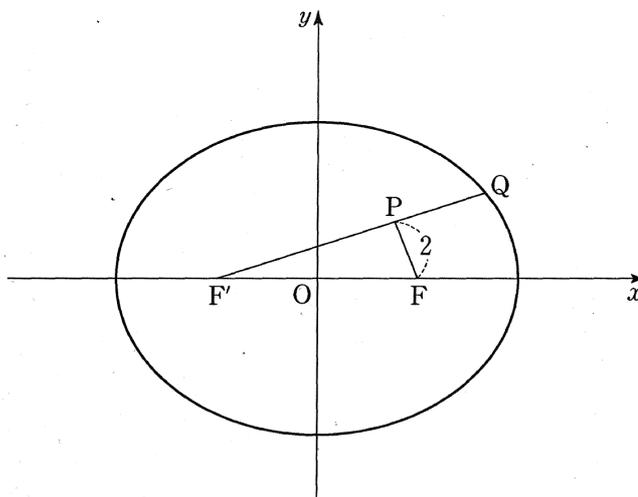
[2016년 9월]

그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$ 의 두 초점 F, F' 이고, 제1사분면에 있는 두 점 P, Q 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{PF} = 2$

(나) 점 Q 는 직선 PF' 과 타원의 교점이다.

삼각형 PFQ 의 둘레의 길이와 삼각형 $PF'F$ 의 둘레의 길이의 합을 구하시오. [4점]

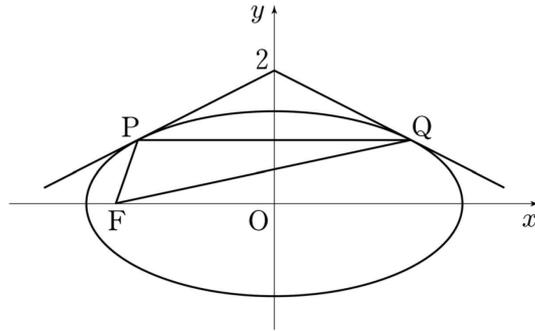


Theme 5. 타원 접선

001

[2011년 6월]

점 $(0, 2)$ 에서 타원 $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각 P, Q 라 하고, 타원의 두 초점 중 하나를 F 라 할 때, 삼각형 PFQ 의 둘레의 길이는 $a\sqrt{2} + b$ 이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.(단, a, b 는 유리수이다.) [4점]



002

[2011년 수능]

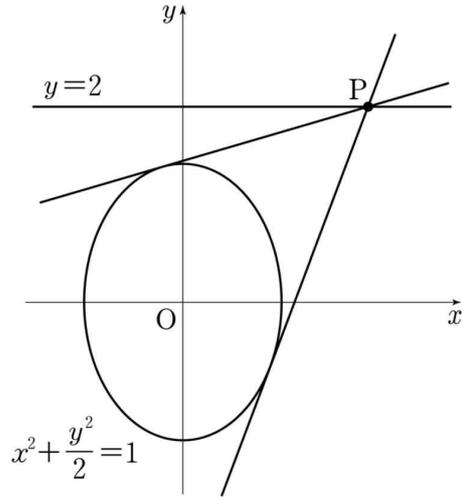
좌표평면에서 점 $A(0, 4)$ 와 타원 $\frac{x^2}{5} + y^2 = 1$ 위의 점 P 에 대하여 두 점 A 와 P 를 지나는 직선이 원 $x^2 + (y-3)^2 = 1$ 과 만나는 두 점 중에서 A 가 아닌 점을 Q 라 하자. 점 P 가 타원 위의 모든 점을 지날 때, 점 Q 가 나타내는 도형의 길이는? [3점]

- ① $\frac{\pi}{6}$
- ② $\frac{\pi}{4}$
- ③ $\frac{\pi}{3}$
- ④ $\frac{2}{3}\pi$
- ⑤ $\frac{3}{4}\pi$



[2013년 6월]

직선 $y=2$ 위의 점 P 에서 타원 $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ 에 그은 두 접선의 기울기의 곱이 $\frac{1}{3}$ 이다. 점 P 의 x 좌표를 k 라 할 때, k^2 의 값은? [4점]



- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

Theme 6. 쌍곡선 정의



[2002년 수능]

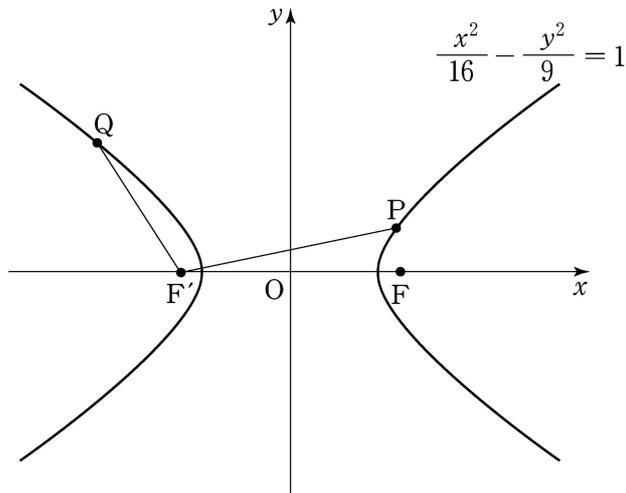
방정식 $x^2 - y^2 + 2y + a = 0$ 이 나타내는 도형이 x 축에 평행인 주축을 갖는 쌍곡선이 되기 위한 a 의 값의 범위는? [2점]

- ① $a < -1$ ② $a > -1$ ③ $a < 1$
- ④ $a > 1$ ⑤ $a > 2$



[2008년 수능]

그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 초점을 F, F' 이라 하자. 제 1사분면에 있는 쌍곡선 위의 점 P 와 제 2사분면에 있는 쌍곡선 위의 점 Q 에 대하여 $\overline{PF'} - \overline{QF'} = 3$ 일 때, $\overline{QF} - \overline{PF}$ 의 값을 구하시오. [3점]





[2011년 6월]

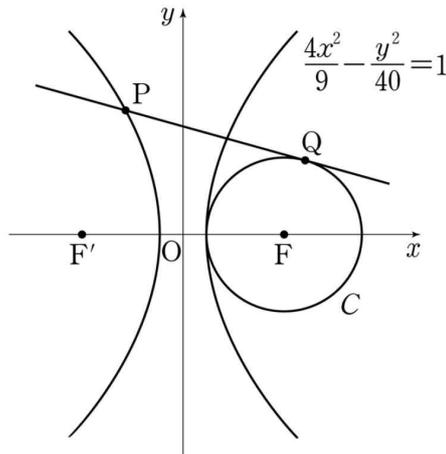
원 $(x-4)^2 + y^2 = r^2$ 과 쌍곡선 $x^2 - 2y^2 = 1$ 이 서로 다른 세 점에서 만나기 위한 양수 r 의 최댓값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8



[2013년 6월]

그림과 같이 쌍곡선 $\frac{4x^2}{9} - \frac{y^2}{40} = 1$ 의 두 초점은 F, F' 이고, 점 F 를 중심으로 하는 원 C 는 쌍곡선과 한 점에서 만난다. 제 2 사분면에 있는 쌍곡선 위의 점 P 에서 원 C 에 접선을 그었을 때 접점을 Q 라 하자. $\overline{PQ} = 12$ 일 때, 선분 PF' 의 길이는? [3점]



- ① 10 ② $\frac{21}{2}$ ③ 11
- ④ $\frac{23}{2}$ ⑤ 12



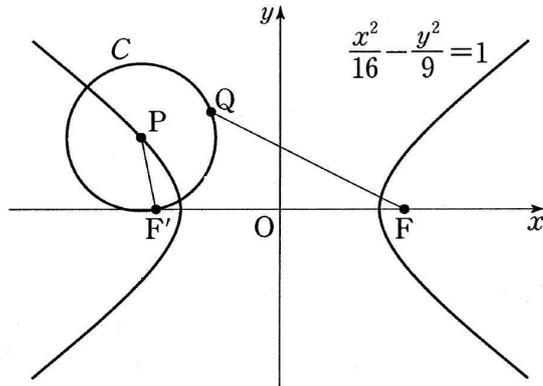
[2014년 9월]

1보다 큰 실수 a 에 대하여 타원 $x^2 + \frac{y^2}{a^2} = 1$ 의 두 초점과 쌍곡선 $x^2 - y^2 = 1$ 의 두 초점을 꼭짓점으로 하는 사각형의 넓이가 12일 때, a^2 의 값을 구하시오. [3점]



[2016년 6월]

그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 의 두 초점을 F, F'이라 하고, 이 쌍곡선 위의 점 P를 중심으로 하고 선분 PF'을 반지름으로 하는 원을 C라 하자. 원 C위를 움직이는 점 Q에 대하여 선분 FQ의 길이의 최댓값이 14일 때, 점 C의 넓이는? (단, $\overline{PF'} < \overline{PF}$) [4점]



- ① 7π ② 8π ③ 9π
- ④ 10π ⑤ 11π

Theme 7. 쌍곡선 접선



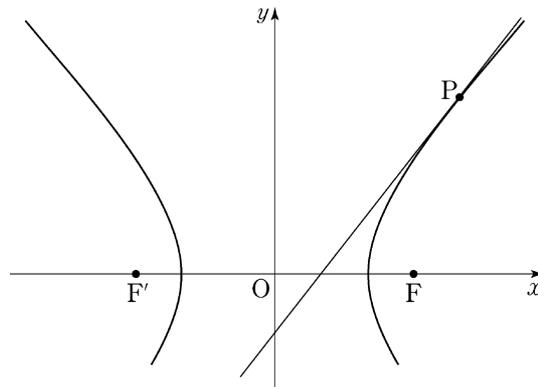
[2011년 9월]

쌍곡선 $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{8} = 1$ 위의 점 (a, b) 에서의 접선이 타원 $\frac{(x-2)^2}{4} + y^2 = 1$ 의 넓이를 이등분할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



[2013년 9월]

그림과 같이 두 초점이 $F(3, 0)$, $F'(-3, 0)$ 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 $P(4, k)$ 에서의 접선과 x 축과의 교점이 선분 $F'F$ 를 2 : 1로 내분할 때, k^2 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]





[2013년 수능]

쌍곡선 $x^2 - 4y^2 = a$ 위의 점 $(b, 1)$ 에서의 접선이 쌍곡선의 한 점근선과 수직이다. $a+b$ 의 값은?(단, a, b 는 양수이다.) [3점]

- ① 68 ② 77 ③ 86
- ④ 95 ⑤ 104



[2014년 6월]

쌍곡선 $\frac{x^2}{8} - y^2 = 1$ 위의 점 $A(4, 1)$ 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 B 라 하자. 이 쌍곡선의 두 초점 중 x 좌표가 양수인 점을 F 라 할 때, 삼각형 FAB 의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

Theme 8. 점근선



[2006년 10월]

쌍곡선 $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{18} = 1$ 과 직선 $y = ax + b$ (a, b 는 상수)의 교점의 개수에 대한 설명 중 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $a = -4$ 이고 $b = 0$ 일 때 교점은 없다.
 ㄴ. $a = 3$ 이고 $b > 0$ 일 때 교점은 1개이다.
 ㄷ. $a = \frac{1}{3}$ 이고 $b < 0$ 일 때 교점은 2개이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



[2006년 9월]

쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1$ 의 두 초점 $(2\sqrt{3}, 0), (-2\sqrt{3}, 0)$ 을 각각 F, F' 이라 하자. 이 쌍곡선 위를 움직이는 점 $P(x, y)$ ($x > 0$)에 대하여 선분 $F'P$ 위의 점 Q 가 $\overline{FP} = \overline{PQ}$ 를 만족시킬 때, 점 Q 가 나타내는 도형 전체의 길이는? [4점]

- ① π ② $\sqrt{3}\pi$ ③ 2π
 ④ 3π ⑤ $2\sqrt{3}\pi$



[2007년 9월]

쌍곡선 $x^2 - y^2 = 1$ 에 대한 옳은 설명을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

— < 보 기 > —

- ㄱ. 점근선의 방정식은 $y = x, y = -x$ 이다.
 ㄴ. 쌍곡선 위의 점에서 그은 접선 중 점근선과 평행한 접선이 존재한다.
 ㄷ. 포물선 $y^2 = 4px$ ($p \neq 0$)는 쌍곡선과 항상 두 점에서 만난다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

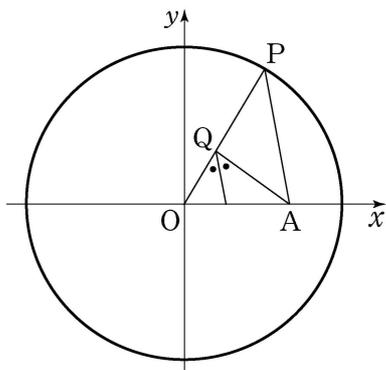
Theme 9. 자취 해석

001

[2008년 9월]

좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 36$ 위를 움직이는 점 $P(a, b)$ 와 점 $A(4, 0)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 점 Q 전체의 집합을 X 라 하자. (단, $b \neq 0$)

- (가) 점 Q 는 선분 OP 위에 있다.
 (나) 점 Q 를 지나고 직선 AP 에 평행한 직선이 $\angle OQA$ 를 이등분한다.



집합의 포함관계로 옳은 것은? [4점]

- ① $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{5} = 1 \right\}$
 ② $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{5} = 1 \right\}$
 ③ $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-1)^2}{9} - \frac{y^2}{5} = 1 \right\}$
 ④ $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-1)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \right\}$
 ⑤ $X \subset \left\{ (x, y) \mid \frac{(x-2)^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 \right\}$

Theme 10. 음함수



[2011년 수능]

좌표평면에서 곡선 $y^3 = \ln(5-x^2) + xy + 4$ 위의 점(2,2)에서의 접선의 기울기는?
[3점]

- ① $-\frac{3}{5}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{2}{5}$
 ④ $-\frac{3}{10}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$



[2012년 4월]

곡선 $e^{3x} \ln y = 2$ 위의 점 $(0, e^2)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① $-6e^2$ ② $-5e^2$ ③ $-4e^2$
 ④ $-3e^2$ ⑤ $-2e^2$



[2014년 4월]

좌표평면에서 곡선 $3x^3 - xy^2 = 6$ 위의 점 $(2, 3)$ 에서의 접선의 기울기를 m 이라 할 때, $40m$ 의 값을 구하시오. [3점]

Theme 11. 매개변수 함수



[2011년 4월]

매개변수 θ 로 나타내어진 함수

$$x = \tan \theta, \quad y = \cos^2 \theta \left(\text{단, } -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$$

에 대하여 이 곡선 위의 점 $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1



[2015년 6월]

매개변수 $t (t > 0)$ 으로 나타내어진 함수

$$x = t^2 + 1, \quad y = \frac{2}{3}t^3 + 10t - 1$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값을 구하시오. [3점]



[2016년 9월]

매개변수 t ($t > 0$)으로 나타내어진 함수

$$x = t - \frac{2}{t}, \quad y = t^2 + \frac{2}{t^2}$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② -1 ③ $-\frac{4}{3}$
 ④ $-\frac{5}{3}$ ⑤ -2

Round 2.
평전백러

Theme 1. 벡터는 점이다.

001

[2015년 10월]

두 벡터 $\vec{a} = (2, 3)$ 과 $\vec{b} = (1, 1)$ 에 대하여 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

002

[2016년 6월]

벡터 $\vec{a} = (3, -1)$ 에 대하여 벡터 $5\vec{a}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① -10 ② -5 ③ 0
④ 5 ⑤ 10



[2016년 9월]

두 벡터 $\vec{a} = (2, -1)$, $\vec{b} = (1, 3)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은?
[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



[2017년 수능]

두 벡터 $\vec{a} = (1, 3)$, $\vec{b} = (5, -6)$ 에 대하여 $\vec{a} - \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

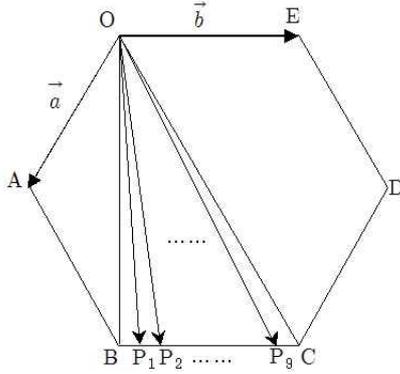
- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5



[2007년 10월]

아래 그림과 같이 정육각형 OABCDE의 변 BC를 10등분한 점을 P_1, P_2, \dots, P_9 라 하자. $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OE} = \vec{b}$ 라 할 때,

$\sum_{k=1}^9 \vec{OP}_k = m\vec{a} + n\vec{b}$ 가 성립한다. 이 때, 두 실수 m, n 에 대하여 $m+2n$ 의 값을 구하시오. [4점]

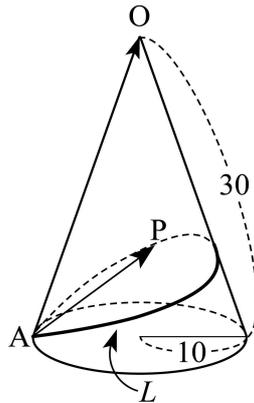


Theme 2. 합벡터의 해석

001

[2007년 10월]

밑면의 반지름의 길이가 10, 모선의 길이가 30이고 꼭지점이 O인 직원뿔이 있다. 밑면의 둘레 위의 한 점 A에서 출발하여 원뿔의 옆면을 한 바퀴 돌아 점 A로 되 돌아오는 최단경로를 L이라 하자.



L 위를 움직이는 점 P에 대하여 점 B가

$$\vec{AB} = \frac{1}{3}\vec{AO} + \frac{2}{3}\vec{AP}$$

를 만족시킬 때, 점 B의 자취의 길이는? [4점]

- ① $10\sqrt{2}$ ② $10\sqrt{3}$ ③ $20\sqrt{2}$
- ④ $20\sqrt{3}$ ⑤ $20\sqrt{6}$

002

[2012년 수능]

삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=2$, $\angle B=90^\circ$, $\angle C=30^\circ$ 이다.

점 P가 $\vec{PB} + \vec{PC} = \vec{0}$ 를 만족시킬 때, $|\vec{PA}|^2$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7
- ④ 8 ⑤ 9



[2016년 9월]

직사각형 ABCD의 내부의 점 P가

$$\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = \overrightarrow{CA}$$

를 만족시킨다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

$$\text{ㄱ. } \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{CP}$$

$$\text{ㄴ. } \overrightarrow{AP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$$

ㄷ. 삼각형 ADP의 넓이가 3이면 직사각형 ABCD의 넓이는 8이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Theme 3. 직선의 결정



[2005년 10월]

평면 위에 삼각형 OAB 가 있다.
 $\vec{OP} = s\vec{OA} + t\vec{OB}$ ($s \geq 0, t \geq 0$)를 만족하는 점 P 가 그리는 도형에 대한 옳은 설명을 <보기>에서 모두 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

- ㄱ. $s+t=1$ 일 때, 점 P 가 그리는 도형은 선분 AB 이다.
- ㄴ. $s+2t=1$ 일 때, 점 P 가 그리는 도형의 길이는 선분 AB 의 길이보다 크다.
- ㄷ. $s+2t \leq 1$ 일 때, 점 P 가 그리는 영역은 삼각형 OAB 를 포함한다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

Theme 4. 내적



[2003년 수능]

두 벡터 $\vec{a} = (-1, 3)$ 과 $\vec{b} = (2, 1)$ 에 대하여 내적 $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ 의 값은? [2점]

- ① 11 ② 13 ③ 15
 ④ 17 ⑤ 19



[2007년 10월]

세 점 $O(0, 0)$, $A(4, 3)$, $B(4, 0)$ 을 잇는 직각삼각형 AOB 에서 세 내적값 a, b, c 에 대하여 $a = \vec{AO} \cdot \vec{AB}$, $b = \vec{BA} \cdot \vec{BO}$, $c = \vec{OA} \cdot \vec{OB}$ 의 크기를 바르게 비교한 것은? [3점]

- ① $a = b > c$ ② $c = a > b$ ③ $a > c > b$
 ④ $b > a > c$ ⑤ $c > a > b$



[2015년 9월]

좌표평면 위의 네 점 $O(0, 0)$, $A(4, 2)$, $B(0, 2)$, $C(2, 0)$ 에 대하여 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC}$ 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4



[2016년 6월]

두 벡터 $\vec{a} = (4, 1)$, $\vec{b} = (-2, k)$ 에 대하여 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ 을 만족시키는 실수 k 의 값을 구하시오. [3점]

005

[2007년 10월]

세 점 O, A, B 에 대하여 두 벡터 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \vec{a} \cdot \vec{b} = 2$$

$$(나) |\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3$$

이때, 두 선분 OA, OB 를 두 변으로 하는 평행사변형의 넓이는? [3점]

① $3\sqrt{2}$

② $4\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{3}$

④ $4\sqrt{3}$

⑤ $5\sqrt{3}$

006

[2011년 9월]

두 벡터 $\vec{a} = (x+1, 2)$, $\vec{b} = (1, -x)$ 가 서로 수직일 때, x 의 값은? [2점]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5



[2014년 9월]

서로 평행하지 않은 두 벡터 \vec{a} , \vec{b} 에 대하여 $|\vec{a}|=2$ 이고, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$ 일 때, 두 벡터 \vec{a} 와 $\vec{a} - t\vec{b}$ 가 서로 수직이 되도록 하는 실수 t 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5



[2016년 9월]

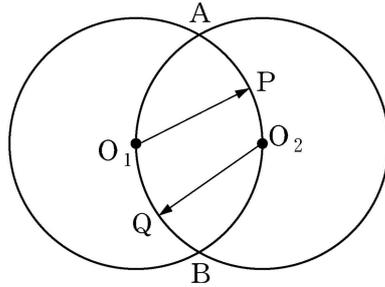
두 벡터 \vec{a} , \vec{b} 에 대하여 $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=3$ 이고, 두 벡터 $6\vec{a}+\vec{b}$ 와 $\vec{a}-\vec{b}$ 가 서로 수직일 때, $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{3}{10}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $-\frac{9}{10}$
- ④ $-\frac{6}{5}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$



[2008년 9월]

평면 위의 두 점 O_1, O_2 사이의 거리가 1일 때, O_1, O_2 를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 두 원의 교점을 A, B라 하자. 호 AO_2B 위의 점 P와 호 AO_1B 위의 점 Q에 대하여 두 벡터 $\overrightarrow{O_1P}, \overrightarrow{O_2Q}$ 의 내적 $\overrightarrow{O_1P} \cdot \overrightarrow{O_2Q}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [3점]

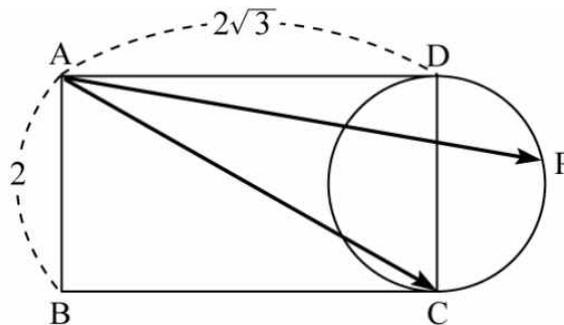


- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0
 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ 1



[2010년 10월]

그림은 $\overline{AB}=2, \overline{AD}=2\sqrt{3}$ 인 직사각형 ABCD와 이 직사각형의 한 변 CD를 지름으로 하는 원을 나타낸 것이다. 이 원 위를 움직이는 점 P에 대하여 두 벡터 $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AP}$ 의 내적 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AP}$ 의 최댓값은? (단, 직사각형과 원은 같은 평면 위에 있다.) [4점]

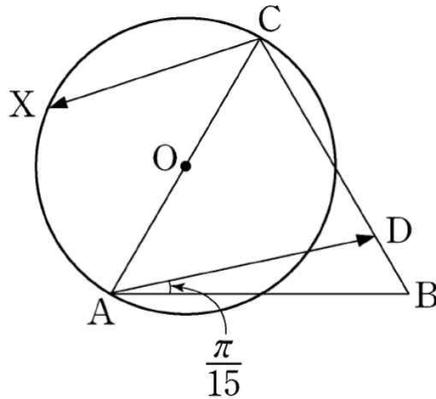


- ① 12 ② 14 ③ 16
 ④ 18 ⑤ 20

011

[2011년 수능]

그림과 같이 평면 위에 정삼각형 ABC 와 선분 AC 를 지름으로 하는 원 O 가 있다. 선분 BC 위의 점 D 를 $\angle DAB = \frac{\pi}{15}$ 가 되도록 정한다. 점 X 가 원 O 위를 움직일 때, 두 벡터 $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CX}$ 의 내적 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CX}$ 의 값이 최소가 되도록 하는 점 X 를 점 P 라 하자. $\angle ACP = \frac{q}{p}\pi$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



012

[1997년 수능]

두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 가 이루는 각이 60° 이다. \vec{b} 의 크기는 1이고, $\vec{a} - 3\vec{b}$ 의 크기가 $\sqrt{13}$ 일 때, \vec{a} 의 크기는? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 4
- ④ 5 ⑤ 7

013

[2000년 수능]

두 벡터 \vec{a} , \vec{b} 에 대하여 $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$, $|\vec{a}-2\vec{b}|=6$ 일 때, 내적 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 4 ③ 3
 ④ 2 ⑤ 1

014

[2017년 수능]

좌표공간에서 원점에 대한 세 점 A, B, C, 의 위치벡터를 차례로 \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} 라 할 때, 이들 벡터 사이의 내적을 표로 나타내면 다음과 같다.

\cdot	\vec{a}	\vec{b}	\vec{c}
\vec{a}	2	1	$-\sqrt{2}$
\vec{b}	1	2	0
\vec{c}	$-\sqrt{2}$	0	2

예를 들어 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -\sqrt{2}$ 이다. 세 점 A, B, C에 대하여 두 점 사이의 거리의 대소 관계로 옳은 것은? [4점]

- ① $\overline{AB} < \overline{AC} < \overline{BC}$
 ② $\overline{AB} < \overline{BC} < \overline{AC}$
 ③ $\overline{AC} < \overline{AB} < \overline{BC}$
 ④ $\overline{BC} < \overline{AB} < \overline{AC}$
 ⑤ $\overline{BC} < \overline{AC} < \overline{AB}$

Theme 5. 벡터 방정식



[2004년 수능]

좌표평면 위의 점 A가 부등식 $y \geq \frac{1}{4}x^2 + 3$ 이 나타내는 영역에서 움직일 때, 벡터 $\vec{OB} = \frac{\vec{OA}}{|\vec{OA}|}$ 의 종점 B가 나타내는 도형의 길이는? (단, O는 원점이다.)

[3점]

- ① $\frac{\pi}{3}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$
 ④ $\frac{2\pi}{3}$ ⑤ 3



[2016년 6월]

좌표평면에서 두 직선

$$\frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{3}, \quad \frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{3}$$

이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

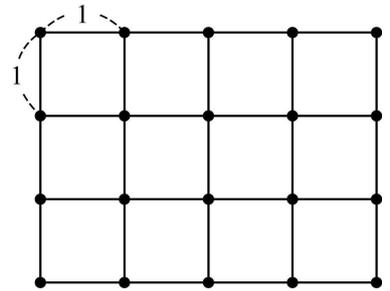
- ① $\frac{\sqrt{6}}{10}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{10}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{5}$
 ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{10}$

Theme 6. 좌표 도입



[2008년 10월]

그림은 한 변의 길이가 1인 정사각형 12개를 붙여 만든 도형이다. 20개의 꼭짓점 중 한 점을 시점으로 하고 다른 한 점을 종점으로 하는 모든 벡터들의 집합을 S 라 하자. 집합 S 의 두 원소 \vec{x}, \vec{y} 에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]



< 보 기 >

ㄱ. $\vec{x} \cdot \vec{y} = 0$ 이면 $|\vec{x}|, |\vec{y}|$ 의 값은 모두 정수이다.

ㄴ. $|\vec{x}| = \sqrt{5}, |\vec{y}| = \sqrt{2}$ 이면 $\vec{x} \cdot \vec{y} \neq 0$ 이다.

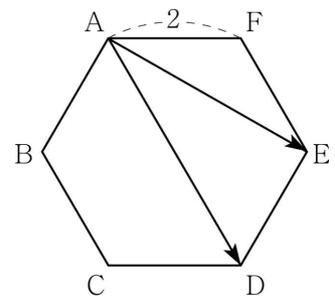
ㄷ. $\vec{x} \cdot \vec{y}$ 는 정수이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ



[2009년 10월]

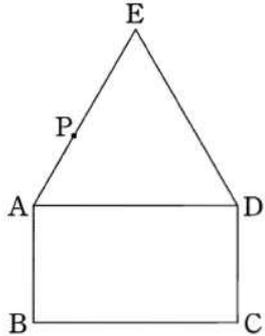
그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정육각형 ABCDEF가 있다. 두 벡터 \vec{AD}, \vec{AE} 의 내적 $\vec{AD} \cdot \vec{AE}$ 의 값을 구하시오. [3점]





[2010년 9월]

평면에서 그림과 같이 $\overline{AB} = 1$ 이고 $\overline{BC} = \sqrt{3}$ 인 직사각형 $ABCD$ 와 정삼각형 EAD 가 있다. 점 P 가 선분 AE 위를 움직일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



[보 기]

ㄱ. $|\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CP}|$ 의 최솟값은 1이다.

ㄴ. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CP}$ 의 값은 일정하다.

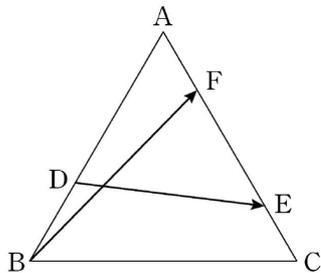
ㄷ. $|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CP}|$ 의 최솟값은 $\frac{7}{2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



[2013년 9월]

한 변의 길이가 3인 정삼각형 ABC 에서 변 AB 를 2 : 1로 내분하는 점을 D 라 하고, 변 AC 를 3 : 1과 1 : 3으로 내분하는 점을 각각 E, F 라 할 때, $|\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{DE}|^2$ 의 값은? [3점]



- ① 17 ② 18 ③ 19
 ④ 20 ⑤ 21



[2013년 수능]

한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하자. 점 P가 선분 AH 위를 움직일 때, $|\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}|$ 의 최댓값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

Theme 7. 속도



[2012년 3월]

원점을 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t 에서의 위치 x_P, x_Q 는 다음과 같다.

$$x_P = t^2 - at, \quad x_Q = \ln(t^2 - t + 1)$$

두 점 P, Q가 서로 반대 방향으로 움직이는 시각 t 의 범위가 $\frac{1}{2} < t < 2$ 일 때, 실수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4



[2015년 7월]

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 $x(t)$ 가

$$x(t) = t + \frac{20}{\pi^2} \cos(2\pi t)$$

이다. 점 P의 시각 $t = \frac{1}{3}$ 에서의 가속도의 크기를 구하시오. [4점]

Theme 8. 곡선의 길이



[2008년 수능]

$x=0$ 에서 $x=6$ 까지 곡선 $y = \frac{1}{3}(x^2+2)^{\frac{3}{2}}$ 의 길이를 구하시오. [4점]



[2007년 9월]

실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖고

$$f(0) = 0, \quad f(1) = \sqrt{3}$$

을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\int_0^1 \sqrt{1 + \{f'(x)\}^2} dx$$

의 최소값은? [3점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $1 + \sqrt{2}$
 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $1 + \sqrt{3}$



[2010년 수능]

좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 (x, y) 가

$$\begin{cases} x = 4(\cos t + \sin t) \\ y = \cos 2t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

이다. 점 P가 $t=0$ 에서 $t=2\pi$ 까지 움직인 거리 (경과 거리)를 $a\pi$ 라 할 때, a^2 의 값을 구하시오. [4점]

Round 3.
공간포럼

Theme 1. 공간 좌표



[2011년 수능]

좌표공간에서 점 $P(0,3,0)$ 과 점 $A(-1,1,a)$ 사이의 거리는 점 P 와 점 $B(1,2,-1)$ 사이의 거리의 2배이다. 양수 a 의 값은 ? [2점]

- ① $\sqrt{7}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{5}$
 ④ 2 ⑤ $\sqrt{3}$



[2013년 수능]

좌표공간에서 두 점 $A(a, 1, 3)$, $B(a+6, 4, 12)$ 에 대하여 선분 AB 를 1 : 2로 내분하는 점의 좌표가 $(5, 2, b)$ 이다. $a+b$ 의 값은? [2점]

- ① 7 ② 8 ③ 9
 ④ 10 ⑤ 11



[2014년 수능]

좌표공간에서 두 점 $A(a, 5, 2)$, $B(-2, 0, 7)$ 에 대하여 선분 AB 를 3:2로 내분하는 점의 좌표가 $(0, b, 5)$ 이다. $a+b$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5



[2015년 수능]

좌표공간에서 두 점 $A(2, a, -2)$, $B(5, -3, b)$ 에 대하여 선분 AB 를 2:1로 내분하는 점이 x 축 위에 있을 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 9 ③ 8
- ④ 7 ⑤ 6

005

[2016년 9월]

좌표공간에서 두 점 $A(1, 3, -6)$, $B(7, 0, 3)$ 에 대하여 선분 AB 를 2:1로 내분하는 점의 좌표가 $(a, b, 0)$ 이다.

$a+b$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

006

[2016년 수능]

좌표공간의 두 점 $A(1, a, -6)$, $B(-3, 2, b)$ 에 대하여 선분 AB 를 3:2로 외분하는 점이 x 축 위에 있을 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

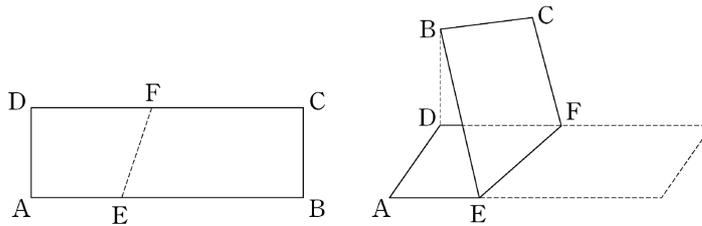
- ① -1 ② -2 ③ -3
 ④ -4 ⑤ -5

Theme 2. 이면각



[2014년 수능]

그림과 같이 $\overline{AB}=9$, $\overline{AD}=3$ 인 직사각형 ABCD 모양의 종이가 있다. 선분 AB 위의 점 E와 선분 DC 위의 점 F를 연결하는 선을 접는 선으로 하여, 점 B의 평면 AEFD 위로의 정사영이 점 D가 되도록 종이를 접었다. $\overline{AE}=3$ 일 때, 두 평면 AEFD와 EFCB가 이루는 각의 크기가 θ 이다. $60\cos\theta$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고, 종이의 두께는 고려하지 않는다.) [4점]

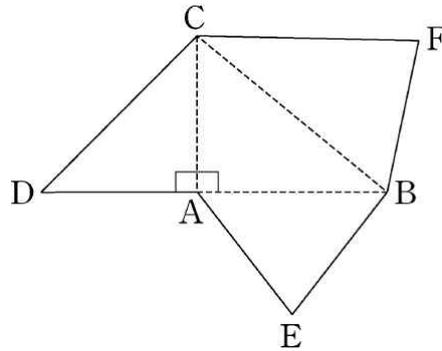


Theme 3. 직교



[2011년 9월]

그림은 $\overline{AC} = \overline{AE} = \overline{BE}$ 이고
 $\angle DAC = \angle CAB = 90^\circ$ 인 사면체의 전개도이다.



이 전개도로 사면체를 만들 때, 세 점 D, E, F 가 합쳐지는 점을 P 라 하자. 사면체 $PABC$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

[보 기]

ㄱ. $\overline{CP} = \sqrt{2} \cdot \overline{BP}$

ㄴ. 직선 AB 와 직선 CP 는 꼬인 위치에 있다.

ㄷ. 선분 AB 의 중점을 M 이라 할 때, 직선 PM 과 직선 BC 는 서로 수직이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Theme 4. 삼수선



[2012년 10월]

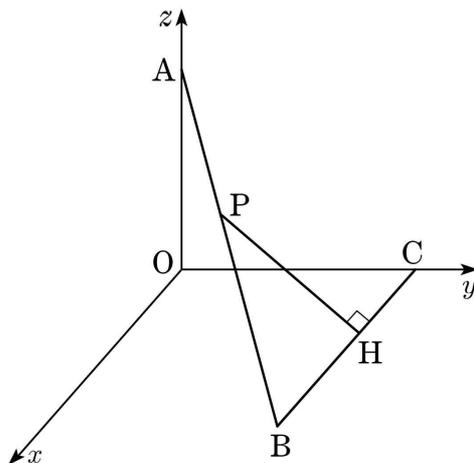
평면 α 위에 거리가 4인 두 점 A, C와 중심이 C이고 반지름의 길이가 2인 원이 있다. 점 A에서 이 원에 그은 접선의 접점을 B라 하자. 점 B를 지나고 평면 α 와 수직인 직선 위에 $\overline{BP}=2$ 가 되는 점을 P라 할 때, 점 C와 직선 AP 사이의 거리는? [4점]

- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$
- ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$



[2013년 10월]

그림과 같이 좌표공간에 세 점 $A(0, 0, 3)$, $B(5, 4, 0)$, $C(0, 4, 0)$ 이 있다. 선분 AB 위의 한 점 P에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{PH}=3$ 이다. 삼각형 PBH의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이는? [4점]

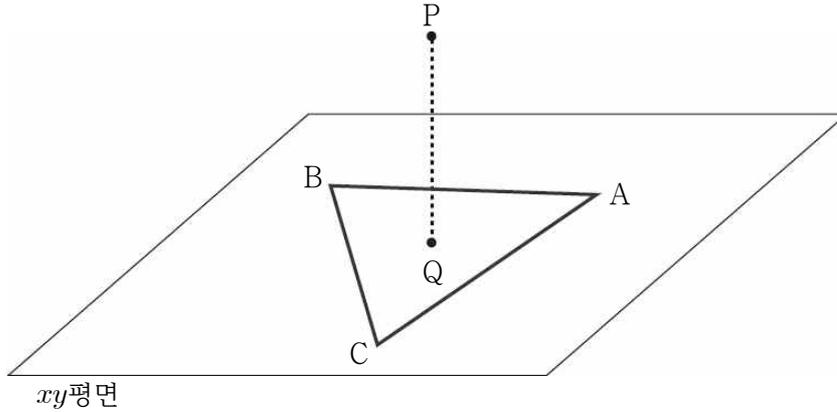


- ① $\frac{14}{5}$ ② $\frac{16}{5}$ ③ $\frac{18}{5}$
- ④ 4 ⑤ $\frac{22}{5}$



[2015년 7월]

그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$, $\overline{BC} = 2\sqrt{7}$ 인 삼각형 ABC가 xy 평면 위에 있고, 점 $P(1, 1, 4)$ 의 xy 평면 위로의 정사영 Q는 삼각형 ABC의 무게중심과 일치한다. 점 P에서 직선 BC까지의 거리는? [4점]



- ① $3\sqrt{2}$ ② $\sqrt{19}$ ③ $2\sqrt{5}$
- ④ $\sqrt{21}$ ⑤ $\sqrt{22}$

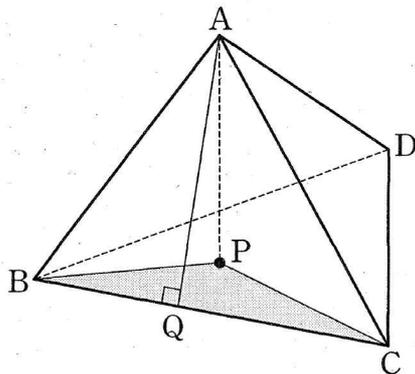


[2015년 9월]

그림과 같이 $\overline{AB} = 9$, $\overline{BC} = 12$, $\cos(\angle ABC) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 인 사면체 ABCD에 대하여 점 A의 평면 BCD 위로의 정사영을 P라 하고 점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 Q라 하자.

$\cos(\angle AQP) = \frac{\sqrt{3}}{6}$ 일 때, 삼각형 BCP의 넓이는 k 이다. k^2 의 값을 구하시오.

[4점]

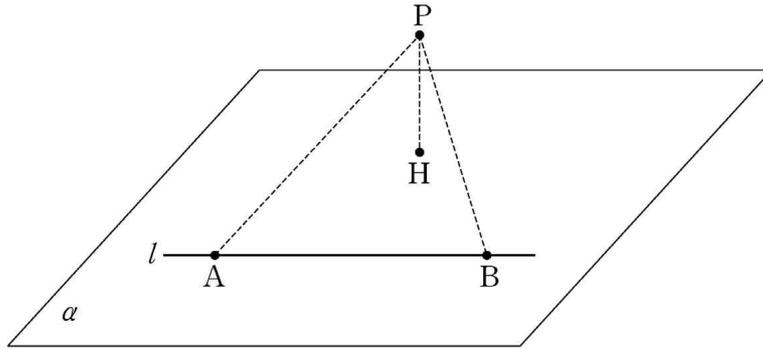




[2015년 수능]

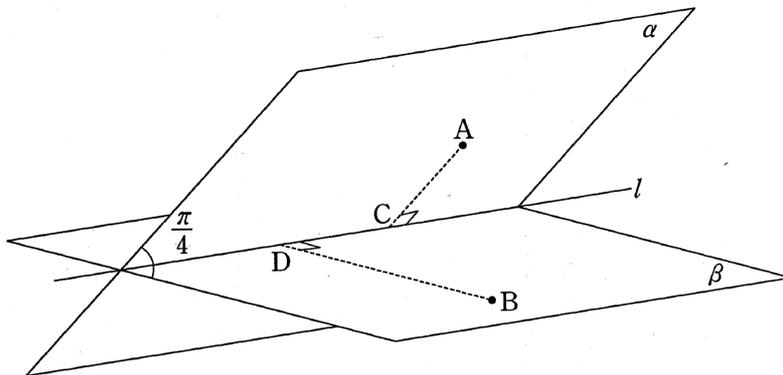
평면 α 위에 있는 서로 다른 두 점 A, B를 지나는 직선을 l 이라 하고, 평면 α 위에 있지 않은 점 P에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{AB} = \overline{PA} = \overline{PB} = 6$, $\overline{PH} = 4$ 일 때, 점 H와 직선 l 사이의 거리는? [3점]

- ① $\sqrt{11}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{13}$
 ④ $\sqrt{14}$ ⑤ $\sqrt{15}$



[2016년 9월]

그림과 같이 직선 l 을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 인 두 평면 α 와 β 가 있고, 평면 α 위의 점 A와 평면 β 위의 점 B가 있다. 두 점 A, B에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. $\overline{AB} = 2$, $\overline{AD} = \sqrt{3}$ 이고 직선 AB와 평면 β 가 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{6}$ 일 때, 사면체 ABCD의 부피는 $a + b\sqrt{2}$ 이다. $36(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]





[2016년 수능]

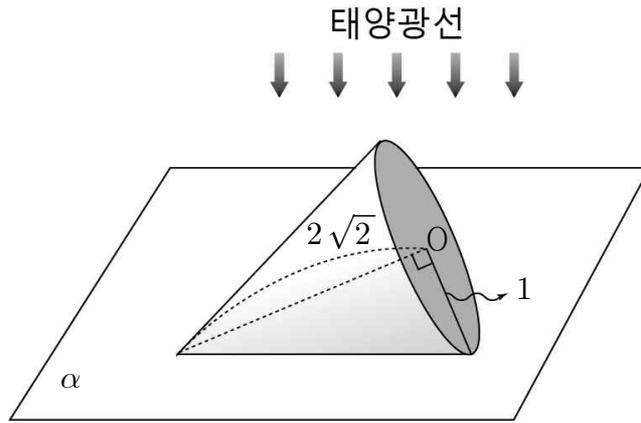
좌표공간에 서로 수직인 두 평면 α 와 β 가 있다. 평면 α 위의 두 점 A, B에 대하여 $\overline{AB} = 3\sqrt{5}$ 이고 직선 AB는 평면 β 에 평행하다. 점 A와 평면 β 사이의 거리가 2이고, 평면 β 위의 점 P와 평면 α 사이의 거리는 4일 때, 삼각형 PAB의 넓이를 구하시오. [4점]

Theme 5. 정사영



[2013년 7월]

반지름의 길이가 1, 중심이 O인 원을 밑면으로 하고 높이가 $2\sqrt{2}$ 인 원뿔이 평면 α 위에 놓여있다. 그림과 같이 태양광선이 평면 α 에 수직인 방향으로 비출 때, 원뿔의 밑면에 의해 평면 α 에 생기는 그림자의 넓이는? (단, 원뿔의 한 모선이 평면 α 에 포함된다.) [3점]



- ① $\frac{\pi}{12}$
- ② $\frac{\pi}{8}$
- ③ $\frac{\pi}{4}$
- ④ $\frac{7}{24}\pi$
- ⑤ $\frac{\pi}{3}$

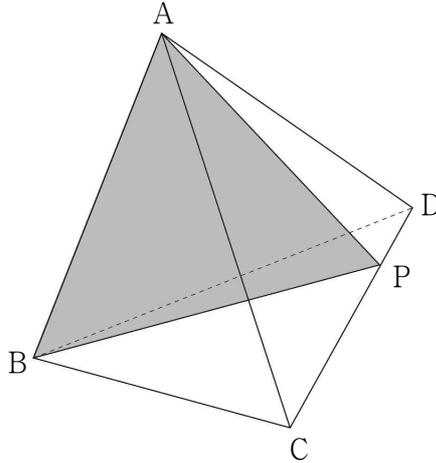
Theme 6. 정사면체



[2012년 7월]

그림과 같이 정사면체 ABCD의 모서리 CD를 3:1로 내분하는 점을 P라 하자. 삼각형 ABP와 삼각형 BCD가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]

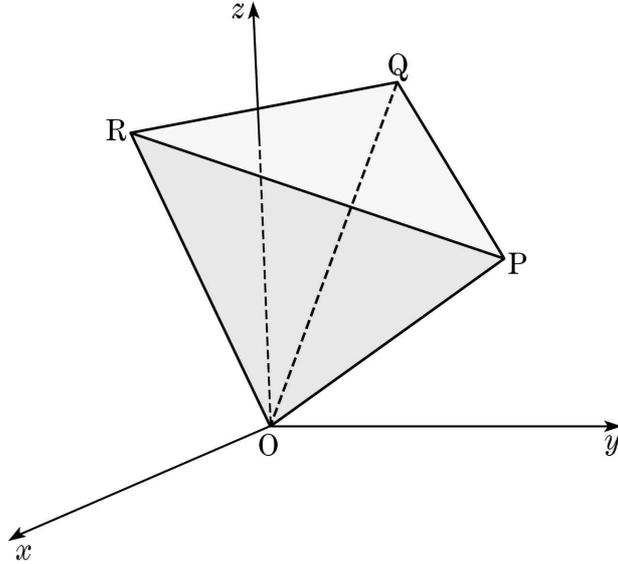


- ① $\frac{\sqrt{3}}{6}$
- ② $\frac{\sqrt{3}}{9}$
- ③ $\frac{\sqrt{3}}{12}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{15}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{18}$



[2014년 10월]

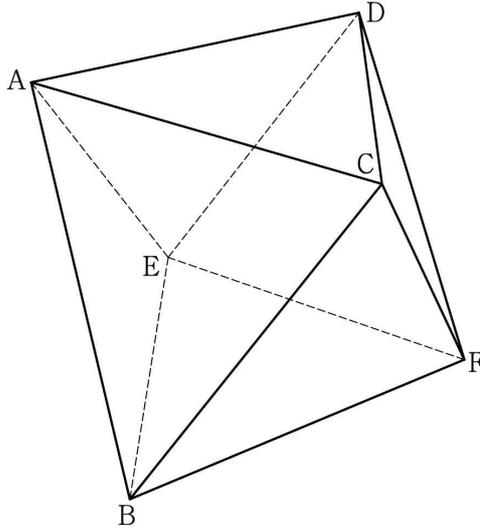
그림과 같이 좌표공간에서 한 모서리의 길이가 1인 정사면체 OPQR의 한 면 PQR가 z 축과 만난다. 면 PQR의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이를 S 라 할 때, S 의 최솟값은 k 이다. $160k^2$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]





[2012년 10월]

정팔면체 ABCDEF에서 두 모서리 AC와 DE가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? (단, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) [3점]

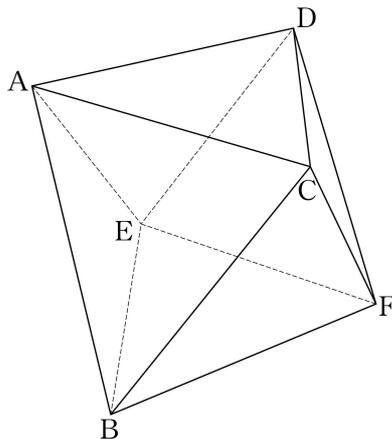


- ① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$



[2015년 10월]

그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정팔면체 ABCDEF가 있다. 두 삼각형 ABC, CBF의 평면 BEF 위로의 정사영의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 할 때, $S_1 + S_2$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
- ④ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

Theme 7. 구



[2012년 7월]

구 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0$ 을 xy 평면으로 자른 단면을 밑면으로 하고, 구에 내접하는 원뿔의 부피의 최댓값은? [3점]

- ① $\frac{31}{3}\pi$ ② $\frac{32}{3}\pi$ ③ 11π
- ④ $\frac{34}{3}\pi$ ⑤ $\frac{35}{3}\pi$



[2014년 수능]

좌표공간에서 중심의 x 좌표, y 좌표, z 좌표가 모두 양수인 구 S 가 x 축과 y 축에 각각 접하고, z 축과 서로 다른 두 점에서 만난다. 구 S 가 xy 평면과 만나서 생기는 원의 넓이가 64π 이고 z 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 8일 때, 구 S 의 반지름의 길이는? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13
- ④ 14 ⑤ 15

Theme 8. 작표 도입



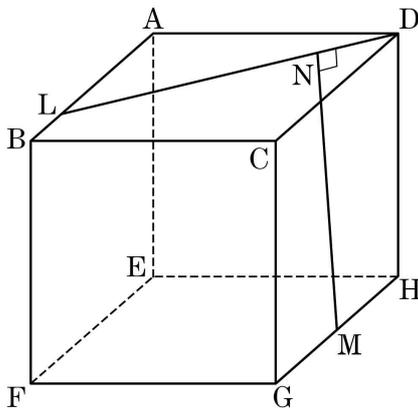
[2012년 수능]

좌표공간에 점 $A(9, 0, 5)$ 가 있고, xy 평면 위에 타원 $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ 이 있다. 타원 위의 점 P 에 대하여 \overline{AP} 의 최댓값을 구하시오. [3점]



[2013년 10월]

그림처럼 한 모서리의 길이가 20인 정육면체 $ABCD-EFGH$ 가 있다. 모서리 AB 를 3:1로 내분하는 점을 L , 모서리 HG 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 선분 LD 에 내린 수선의 발을 N 이라 할 때, 선분 MN 의 길이는? [4점]

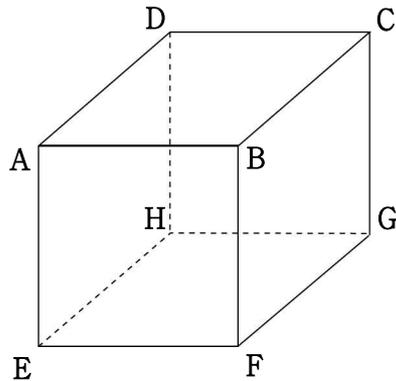


- ① $12\sqrt{3}$ ② $8\sqrt{7}$ ③ $15\sqrt{2}$
- ④ $4\sqrt{29}$ ⑤ $4\sqrt{30}$



[2014년 7월]

한 변의 길이가 3인 정육면체 $ABCD-EFGH$ 가 있다. 선분 AG 를 1:2로 내분하는 점을 I 라 할 때, 선분 FI 의 길이는? [3점]

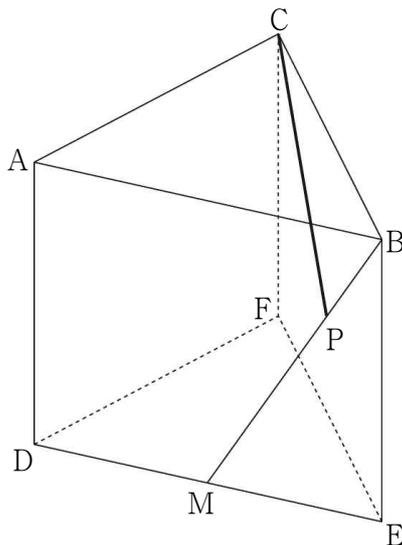


- ① 3 ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{15}$
 ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{21}$



[2015년 7월]

그림과 같이 모든 모서리의 길이가 6인 정삼각기둥 $ABC-DEF$ 가 있다. 변 DE 의 중점 M 에 대하여 선분 BM 을 1:2로 내분하는 점을 P 라 하자. $\overline{CP} = l$ 일 때, $10l^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



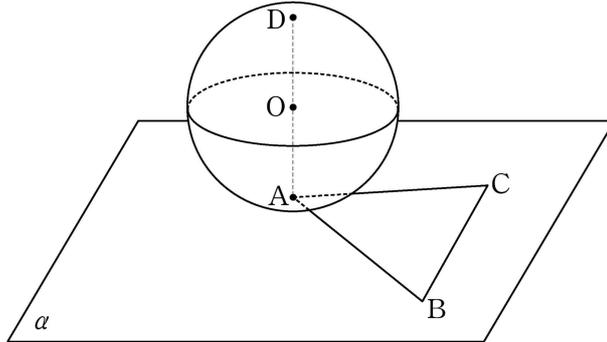
Round 4.
공간 벡터

Theme 1. 공간 벡터

001

[2007년 수능]

그림과 같이 평면 α 위에 한 변의 길이가 3인 정삼각형 ABC가 있고, 반지름의 길이가 2인 구 S 는 점 A에서 평면 α 에 접한다. 구 S 위의 점 D에 대하여 선분 AD가 구 S 의 중심 O를 지날 때, $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}|^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



002

[2009년 수능]

좌표공간의 점 $A(3, 3, 3)$ 과 중심이 원점 O인 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 위를 움직이는 점 P에 대하여

$\left| \frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OP} \right|$ 의 최댓값은 $a + b\sqrt{3}$ 이다.

$10(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]

Theme 2. 직선의 방정식



[2014년 수능]

좌표공간에서 두 점 $A(5, 5, a), B(0, 0, 3)$ 을 지나는 직선과 직선 $x = 4 - y = z - 1$ 이 서로 수직일 때, a 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 5 ③ 7
- ④ 9 ⑤ 11



[2011년 9월]

좌표공간에 두 점 $A(0, -1, 1), B(1, 1, 0)$ 이 있고, xy 평면 위에 원 $x^2 + y^2 = 13$ 이 있다. 이 원 위의 점 $(a, b, 0)$ ($a < 0$)을 지나고 z 축에 평행한 직선이 직선 AB 와 만날 때, $a + b$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{47}{10}$ ② $-\frac{23}{5}$ ③ $-\frac{9}{2}$
- ④ $-\frac{22}{5}$ ⑤ $-\frac{43}{10}$



[2014년 9월]

좌표공간에 두 점 $(a, 0, 0)$ 과 $(0, 6, 0)$ 을 지나는 직선 l 이 있다. 점 $(0, 0, 4)$ 와 직선 l 사이의 거리가 5일 때, a^2 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

Theme 3. 평면의 방정식



[2010년 수능]

좌표공간에서 직선 $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = z-1$ 에 수직이고

점 $(1, -5, 2)$ 를 지나는 평면의 방정식을 $2x + ay + bz + c = 0$ 이라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하시오. [3점]



[2013년 수능]

좌표공간에서 정사면체 ABCD의 한 면 ABC는 평면 $2x - y + z = 4$ 위에 있고, 꼭짓점 D는 평면 $x + y + z = 3$ 위에 있다. 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 $(1, 1, 3)$ 일 때, 정사면체 ABCD의 한 모서리의 길이는? [4점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② 3 ③ $2\sqrt{3}$
 ④ 4 ⑤ $3\sqrt{2}$



[2014년 9월]

좌표공간에서 직선 $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{a} = \frac{z+5}{4}$ 에 수직이고,

점 $(1, 1, -2)$ 를 지나는 평면의 방정식을 $2x+5y+bz+c=0$ 이라 할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 상수이다.) [3점]



[2016년 9월]

좌표공간에 점 $P(0, 0, 4)$ 가 있고 xy 평면 위의 원 $x^2+y^2=4$ 위의 두 점 A, B 가 있다. 평면 ABP 의 법선벡터가 $\vec{n} = (2, -2, 1)$ 일 때, 선분 AB 의 길이는? [4점]

- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{10}$
- ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{14}$



[2006년 10월]

좌표공간에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 9인 구가 세 점 $A(18, 0, 0)$, $B(0, 9, 0)$, $C(0, 0, 9)$ 를 지나는 평면에 의하여 잘린 도형의 넓이는 $a\pi$ 이다. 이때, a 의 값을 구하시오. [4점]



[1998년 수능]

구 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 위의 점 $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}, 0)$ 에서 구에 접하는 평면을 α , 점 $(0, \frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ 에서 구에 접하는 평면을 β 라 한다. 평면 α 위에 있는, 넓이가 100인 삼각형을 평면 β 위로 정사영시켜 얻은 도형의 넓이를 구하시오. [3점]



[2007년 9월]

평면 $2x - y = 0$ 과 평면 $x - 3y + kz + 2 = 0$ 이 이루는 각의 크기가 60° 일 때, 양의 상수 k 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{2}$
- ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{3}$



[2008년 10월]

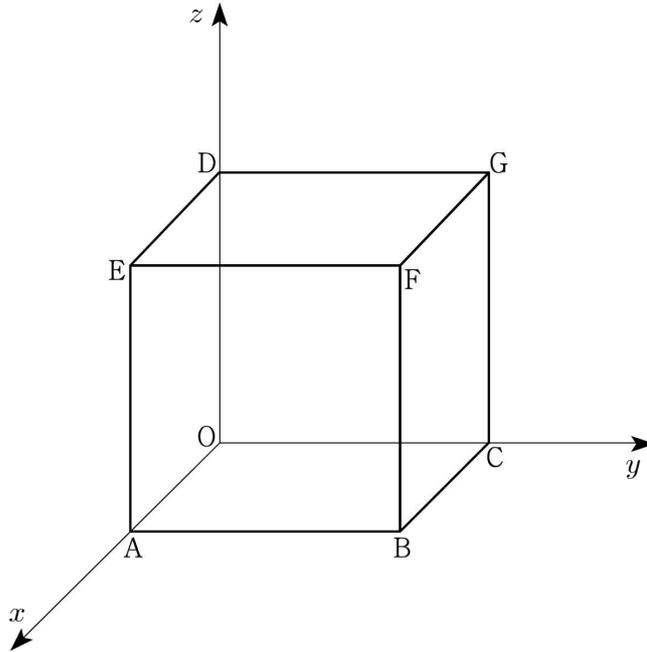
좌표공간에 구 $(x - 1)^2 + (y - 7)^2 + (z - 2)^2 = 9$ 와 구 밖의 한 점 $A(1, 3, 5)$ 가 있다. 점 A 에서 이 구에 그은 접선들의 접점으로 이루어진 도형을 포함하는 평면과 xy 평면이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$



[2012년 10월]

그림과 같이 좌표공간에 있는 정육면체 $OABC-DEFG$ 에서 $A(4, 0, 0)$, $C(0, 4, 0)$, $D(0, 0, 4)$ 이다. 이 정육면체가 평면 $x + y + 2z = 6$ 에 의하여 잘린 단면의 넓이를 S 라 할 때, S^2 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]



[2017년 수능]

좌표공간에서 평면 $2x + 2y - z + 5 = 0$ 과 xy 평면이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

Theme 4. 평면과 평면의 교선



[2010년 10월]

좌표공간에서 평면 $x-2z-7=0$ 과 평면 $y-3z-14=0$ 의 교선을 l 이라 하자. 원점에서 직선 l 에 내린 수선의 발의 좌표를 (a, b, c) 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은? [3점]

- ① -3 ② -2 ③ -1
 ④ 0 ⑤ 1



[2008년 10월]

점 O 를 원점으로 하는 좌표공간에 사면체 $OABC$ 가 있다. 삼각형 OAB, OBC, OCA, ABC 는 각각 네 평면 $x=0, z=0, x-y=0, x+y+z=4$ 위에 있을 때, 사면체 $OABC$ 의 부피는 V 이다. $30V$ 의 값을 구하시오. [4점]

Theme 5. 위치관계 Part I



[1997년 수능]

구 $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$ 위의 점에서 평면 $x+y+z=10$ 에 이르는 거리의 최소값은? [3점]

- ① $\frac{3\sqrt{3}-3}{3}$ ② $\frac{4\sqrt{3}-3}{3}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}+2}{3}$
 ④ $\frac{2\sqrt{3}+5}{3}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{3}+5}{3}$



[1999년 수능]

좌표평면에서 중심이 $(1, 1, 1)$ 이고 평면 $x+2y-2z=31$ 에 접하는 구의 반지름을 구하시오.[3점]



[2005년 수능]

좌표공간에 두 점 $A(3, 1, 1)$, $B(1, -3, -1)$ 이 있다. 평면 $x - y + z = 0$ 위에 있는 점 P 에 대하여 $|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}|$ 의 최소값은? [4점]

- ① $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ ③ $2\sqrt{3}$
- ④ $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{3}}{3}$



[2017년 수능]

좌표공간에서 평면 $x + 8y - 4z + k = 0$ 이
 구 $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 3 = 0$ 에 접하도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합을 구하시오. [3점]

Theme 6. 위치관계 Part II



[2005년 수능]

점 $A(1, 2, 3)$ 을 지나고 직선 $l : x-1 = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{3}$ 에 수직인 평면을 α 라 하자.

평면 α 와 직선 $m : x-2 = y = \frac{z-6}{5}$ 의 교점을 B라 할 때, 선분 AB의 길이는?
[3점]

- ① $\sqrt{19}$ ② $\sqrt{17}$ ③ $\sqrt{15}$
- ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{11}$



[2009년 10월]

좌표공간에서 직선 $\frac{x}{2} = -y = -\frac{z}{2}$ 와 평면 $x+y+z=2$ 가 만나는 점을 A라 하자. 점 P가 $\vec{OA} \cdot \vec{OP} = |\vec{OP}|^2$ 을 만족시킬 때, 점 P와 평면 $x+y+z=2$ 사이의 거리의 최댓값은? [4점]

- ① $3 + \frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $3 + \frac{\sqrt{6}}{3}$ ③ $4 + \frac{\sqrt{3}}{3}$
- ④ $4 + \frac{\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $5 + \frac{\sqrt{3}}{3}$



[2010년 9월]

좌표공간에서 직선 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = z-2$ 가 평면 $z=4$ 와 만나는 점의 좌표를 (a, b, c) 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은? [2점]

- ① 11 ② 12 ③ 13
 ④ 14 ⑤ 15



[2015년 수능]

좌표공간에서 직선 $l: \frac{x}{2} = 6-y = z-6$ 과 평면 α 가 점 $P(2, 5, 7)$ 에서 수직으로 만난다. 직선 l 위의 점 $A(a, b, c)$ 와 평면 α 위의 점 Q 에 대하여 $\vec{AP} \cdot \vec{AQ} = 6$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은? (단, $a > 0$) [4점]

- ① 15 ② 16 ③ 17
 ④ 18 ⑤ 19

Theme 7. 수선의 발



[2005년 수능]

중심이 $C(0, 1, 1)$ 이고 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 구와 직선 $\frac{x}{2} = y = -z$ 가 만나는 두 점을 A, B라 하자.

삼각형 CAB의 넓이를 S 라 할 때, S^2 의 값을 구하시오. [4점]



[2007년 수능]

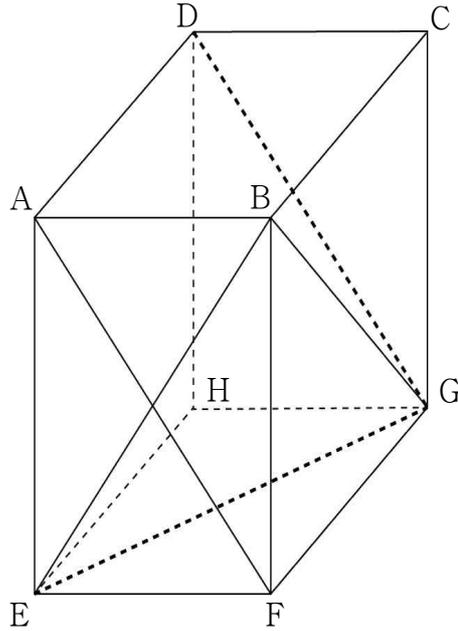
좌표공간의 점 $A(3, 6, 0)$ 에서 평면 $\sqrt{3}y - z = 0$ 에 내린 수선의 발을 B라 할 때, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

Theme 8. 좌표 도입



[2013년 7월]

그림과 같이 $\overline{AB} = 2$, $\overline{AD} = 3$, $\overline{AE} = 4$ 인 직육면체 $ABCD-EFGH$ 에서 평면 $AFGD$ 와 평면 BEG 의 교선을 l 이라 하자. 직선 l 과 평면 $EFGH$ 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos^2\theta$ 의 값은? [4점]

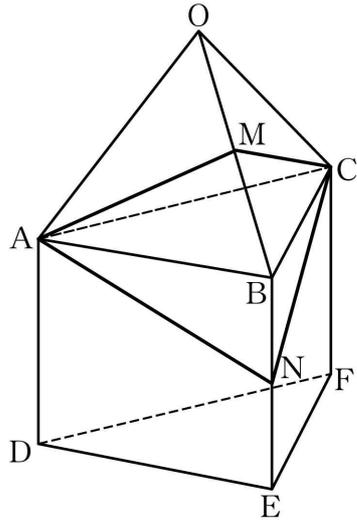


- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$
- ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$



[2014년 10월]

그림은 모든 모서리의 길이가 2인 정삼각기둥 $ABC-DEF$ 의 밑면 ABC 와 모든 모서리의 길이가 2인 정사면체 $OABC$ 의 밑면 ABC 를 일치시켜 만든 도형을 나타낸 것이다. 두 모서리 OB, BE 의 중점을 각각 M, N 이라 하고, 두 평면 MCA, NCA 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [4점]



① $\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{6}$

② $\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}{6}$

③ $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}{6}$

④ $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$

⑤ $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$



◆ Round 1. 평면곡선 ◆

Theme 1

1. ① 2. ⑤ 3. 128 4. 136

Theme 2

1. ① 2. ①

Theme 3

1. ② 2. 12 3. ② 4. ③ 5. ④ 6. 10

Theme 4

1. ⑤ 2. 32 3. ④ 4. ③ 5. ② 6. 105 7. ④
8. 12 9. 6 10. 22

Theme 5

1. 32 2. ④ 3. ②

Theme 6

1. ① 2. 13 3. ② 4. ① 5. 19 6. ③

Theme 7

1. 52 2. 15 3. ① 4. ②

Theme 8

1. ⑤ 2. ③ 3. ③

Theme 9

1. ⑤ 2. ②

Theme 10

1. ⑤ 2. ① 3. 90

Theme 11

1. ② 2. ④ 3. ①

◆ Round 2. 평면벡터 ◆

Theme 1

1. ⑤ 2. ⑤ 3. ⑤ 4. ⑤ 5. 45

Theme 2

1. ④ 2. ③ 3. ⑤

Theme 3

1. ①

Theme 4

1. ① 2. ⑤ 3. ⑤ 4. 8 5. ② 6. ① 7. ②
8. ② 9. ② 10. ④ 11. 17 12. ③ 13. ⑤ 14. ②

Theme 5

1. ① 2. ⑤

Theme 6

1. ⑤ 2. 12 3. ⑤ 4. ③ 5. 7

Theme 7

1. ⑤ 2. 40

Theme 8

1. 78 2. ② 3. 64

◆ Round 3. 공간도형 ◆

Theme 1

1. ① 2. ③ 3. ⑤ 4. ④ 5. ① 6. ①

Theme 2

1. 40

Theme 3

1. ⑤

Theme 4

1. ② 2. ③ 3. ① 4. 162 5. ① 6. 12 7. 15

Theme 5

1. ⑤

Theme 6

1. ② 2. 20 3. ③ 4. ①

Theme 7

1. ② 2. ②

Theme 8

1. 13 2. ④ 3. ① 4. 350

◆ Round 4. 공간벡터 ◆

Theme 1

1. 43 2. 30

Theme 2

1. ① 2. ② 3. ⑤

Theme 3

1. 15 2. ② 3. 10 4. ② 5. 45 6. 36 7. ④
8. ④ 9. 294 10. ④

Theme 4

1. ① 2. 160

Theme 5

1. ② 2. 10 3. ③ 4. 16

Theme 6

1. ④ 2. ① 3. ④ 4. ②

Theme 7

1. 12 2. 18

Theme 8

1. ⑤ 2. ③